

DETERMINANTES DE LA PARTICIPACIÓN EN EL MERCADO DE TRABAJO DEL AREA METROPOLITANA DE CALI EN DICIEMBRE DE 1998¹

CARLOS E. CASTELLAR P.*
JOSÉ IGNACIO URIBE G.*

1. INTRODUCCIÓN

Para el estudiante de los últimos años de Economía en la Universidad del Valle la idea de participación el mercado de trabajo está asociada a sus recuerdos del curso de Economía Descriptiva cuando conoció las definiciones de Tasa Global y Bruta de Participación. En ese entonces se habló del porcentaje de individuos que pertenecen a la Población Económicamente Activa, bien sea respecto a la Población en Edad de Trabajar o a la Población Total. Esta noción corresponde al tratamiento tradicional que se dió al estudio del mercado de trabajo siguiendo una perspectiva eminentemente macroeconómica, pues la aproximación al objeto de estudio se hacía a partir de los diversos agregados del mismo. En este contexto es importante observar la evolución de las tasas de participación, su relación con el ciclo económico y la tasa de desempleo, observación que permite explicar la aparente paradoja de que en ciertas fases de un ciclo recesivo puedan caer las tasas de desempleo, vía una menor participación inducida por el fenómeno del trabajador desalentado.

Los desarrollos recientes de la Economía Laboral han abordado el problema desde un ángulo totalmente diferente al centrar su interés en la decisión de un individuo racional que elige entre dos alternativas: participar o no en el mercado de trabajo, es decir un énfasis netamente microeconómico. Para esta manera de ver las cosas la Población Económicamente Activa es la sumatoria de un conjunto de decisiones racionales del respectivo conjunto de individuos que tiene posibilidad de entrar al mercado de trabajo. Es oportuno señalar que en la práctica se suman ceros (los que no participan) y unos (los que si participan) y el problema de la medición se traslada a un mundo totalmente diferente.

¹ Este material surge de las clases de los días 2 y 9 de Marzo del 2000 en los cursos de Econometría II y Economía Laboral I. Los autores agradecen el interés que los estudiantes han demostrado y reconocen que hacen parte fundamental de la motivación del texto. Como es de rigor en estos casos, cualquier error u omisión es responsabilidad de los autores.

- Profesores del Departamento de Economía de la Universidad del Valle.

El apoyo financiero de COLCIENCIAS para un Proyecto sobre “Duración del Desempleo en el Área Metropolitana de Cali 1988-1998”. Contrato No. 117-2000. Ha hecho posible la elaboración de este artículo.

La evolución en la forma de enfrentar el problema obedece a diversas razones. En primer lugar, al desarrollo de un aparato teórico fundamentado en la microeconomía del mercado laboral en el cual se modela cada decisión racional de un “homo sthasticus”, un sujeto cuyo comportamiento se describe con un componente sistemático y otro aleatorio. En segundo término, la natural adopción de la metodología econométrica para modelizar la parte aleatoria formulada por la concepción teórica, incorporando los llamados modelos de elección discreta. Es muy importante resaltar que en este mundo Teoría Económica y Econometría van cogidas de la mano pues la inclusión de la perturbación aleatoria es consustancial a la construcción conceptual. En tercera instancia, la abundante información individual que en muchos países producen las encuestas periódicas del tipo de la Encuesta Nacional de Hogares del Dane. Completa el anterior conjunto de felices coincidencias, el vertiginoso avance y la facilidad de acceso al procesamiento electrónico de datos.

El propósito del presente ensayo es proponer y validar empíricamente un modelo de determinantes de la participación en el mercado de trabajo del área metropolitana de Cali en Diciembre de 1998. En la siguiente sección se presentan formalmente los fundamentos teóricos del modelo de decisión entre ocio y consumo. Acto seguido se revisan los modelos econométricos de elección discreta susceptibles de ser utilizados para un tratamiento adecuado del problema teórico. En la cuarta sección se especifica el modelo a validar y se hace la verificación empírica del mismo. Las conclusiones y parte de la bibliografía consultada, no toda citada en el texto, completan el ensayo.

2. EL MODELO OCIO CONSUMO.

Para la Teoría Económica el problema a resolver es el de un agente racional que elige entre dos bienes, ocio (L) o consumo (C), maximizando una función de utilidad $U(C, L)$ sujeta a la restricción presupuestaria según la cual el valor de los dos bienes debe ser igual al total de ingresos del individuo. Adicionalmente enfrenta una segunda restricción pues el tiempo dedicado al ocio no debe superar su tiempo disponible. La función de utilidad se supone cuasicóncava para asegurar que la solución de maximización de la utilidad sea interior respecto a los ejes C y L, esto es, excluyendo los ceros. En consecuencia se supone que existe un arbitraje entre consumo y ocio. La curva de indiferencia o isocuanta de utilidad y la restricción de ocio se ilustran en el gráfico 1:

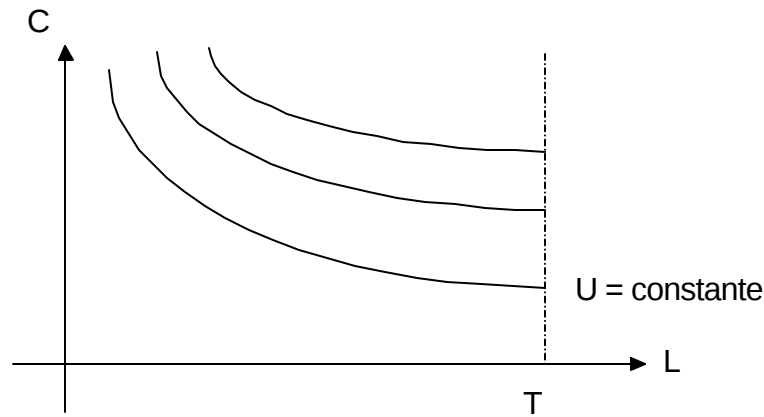


Gráfico 1. Isocuanta de utilidad y restricción de ocio

La observación del gráfico 1 permite constatar la primera diferencia con el problema tradicional de la microeconomía cuando se elige entre dos bienes pues en dicho caso se supone que no existen límites finitos para ellos. En el caso de la elección entre ocio y consumo hay un limitante natural para el ocio, el tiempo físico, en tanto que para el consumo no lo hay. Además como debe haber un mínimo de ocio se configura una asíntota vertical para la isocuanta de utilidad.

La representación formal de la función de utilidad y de sus propiedades, que la hacen de buena familia, se traduce en:

$$U(C, L)$$

$$U'_C > 0, \quad U'_L > 0$$

Donde U'_C y U'_L son las respectivas utilidades marginales del ocio y de consumo, supuestas crecientes es decir con primera derivada positiva.

La restricción de presupuesto se expresa como

$$C + wL = y + wT$$

Donde :

$$\begin{aligned} w &= \text{tasa de salario} \\ y &= \text{ingreso no asalariado} \\ T &= \text{tiempo total del agente} \end{aligned}$$

Si L es el tiempo dedicado al ocio del agente, entonces

$$H = T - L \text{ es el tiempo dedicado al mercado de trabajo.}$$

El gráfico 2 ilustra la restricción presupuestaria

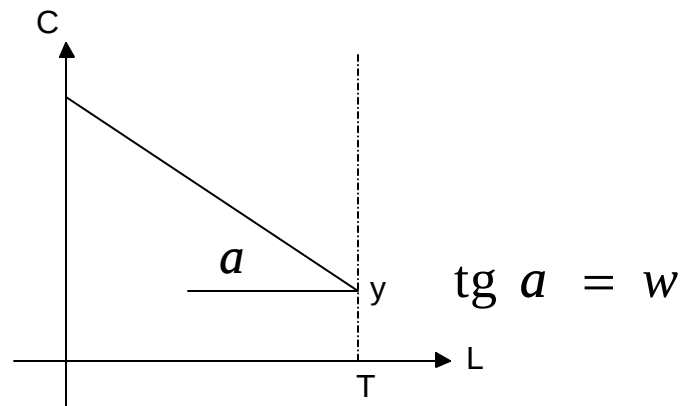


Gráfico 2. Restricción de presupuesto

Lo que la restricción de presupuesto dice es que el individuo tendrá para consumir sus ingresos no asalariados más lo que consiga en el mercado de trabajo. En efecto despejando C de la ecuación de presupuesto se tiene que:

$$C = y + w(T - L)$$

Cada curva del gráfico 1 representa una curva de indiferencia en la cual la utilidad obtenida de elegir una determinada combinación de C y L se mantiene constante. Como es usual la tangente a la curva representa la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo, es decir, la razón entre las respectivas utilidades marginales. Conocida es la solución según la cual el individuo maximizará su función de utilidad cuando la curva de indiferencia se “bese” con la restricción de presupuesto, es decir cuando la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo coincida con la pendiente de la restricción de presupuesto, esto es con la tasa de salario. Formalmente cuando:

$$\frac{U'_L}{U'_C} = w$$

Como en el mercado de trabajo existe una restricción al tiempo dedicado al ocio, es intuitivo preguntarse que sucede en el límite, esto es cuando el individuo dedica todo su tiempo al ocio o lo que es lo mismo cuando decide no participar en el mercado de trabajo. En ese punto, cuando $L = T$ y $C = y$, la pendiente de la isocuanta de utilidad tiene que coincidir con una tasa de salario crítica, aquella que el individuo considera como punto de referencia para decidir si participa o no. Esa tasa de salario se le conoce como salario de reserva y se denota como w^* . El gráfico 3 muestra esta situación

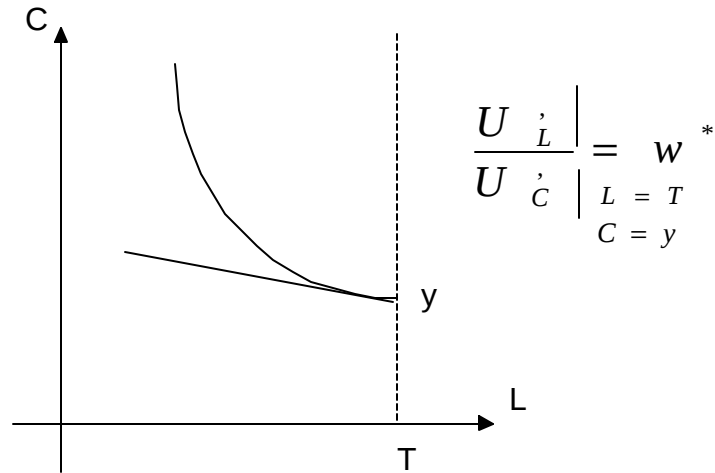


Gráfico 3. El salario de reserva

Se puede formalizar aún mas la idea de salario de reserva partiendo de la ecuación que representa la curva de indiferencia para cada nivel de utilidad

$$U(C, L) = k$$

El diferencial total, igualado a cero, será:

$$U'_C dC + U'_L dL = 0$$

Despejando :

$$\frac{dC}{dL} \bigg|_{U=k} = - \frac{U'_L}{U'_C} = -w^*$$

El salario de reserva es el precio del tiempo si el agente decide no entrar al mercado de trabajo. Es un típico precio sombra o precio implícito.

Desde el punto de vista de la programación matemática, el agente resuelve el siguiente problema de maximización:

CIDSE

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & U(C, L) \\ \text{Sujeto a} & C + wL = y + wT \\ & L \leq T \end{array}$$

Pueden presentarse dos tipos de solución (no interior e interior) que se traducirán en que el individuo participe o no. Cuando la solución es no interior el agente no participa, tal cual se aprecia en el gráfico 4.

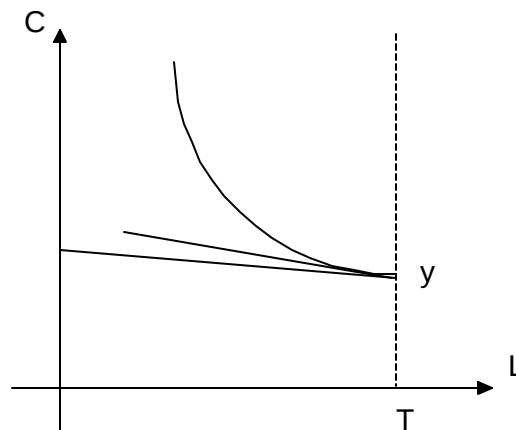


Gráfico 4. Solución no interior:
el agente no participa

Es inmediata la aseveración de que el individuo no entra al mercado de trabajo pues el salario de mercado (tangente de la línea de presupuesto) es menor que su salario reserva (pendiente de su curva de utilidad cuando $L = T$), o lo que es lo mismo, cuando $w < w^*$.

Cuando la solución es interior se da la situación contraria y el salario de mercado es mayor que el salario de reserva, $w > w^*$, y el individuo decide participar en el mercado de trabajo.

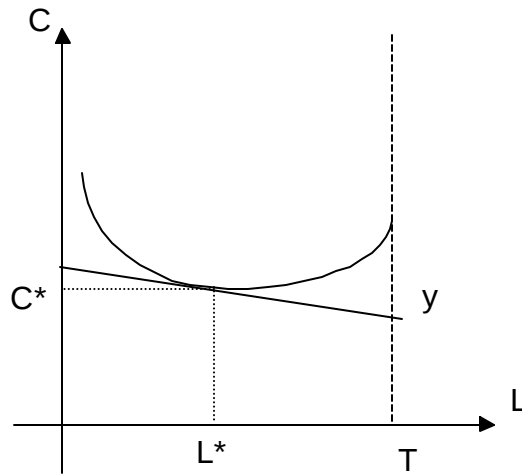


Gráfico 5. Solución interior:
el individuo participa

Expuestos conceptual y gráficamente, tanto el problema económico como su solución, se puede formalizar matemáticamente el asunto. En sentido pedagógico, una vez alimentadas las zonas del cerebro que procesan los registros verbales y los gráficos, es prudente pasar a los procedimientos matemáticos. Al tratarse de un problema de optimización con restricciones es conveniente el uso de multiplicadores de Lagrange y por ende se formula el siguiente Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = U(C, L) + \lambda [y + wT - (C + wT)] + \mu (T - W)$$

Donde λ = multiplicador asociado a la restricción de presupuesto

μ = multiplicador asociado a la restricción de ocio

Derivando respecto al consumo y al ocio e igualando a cero, o sea, obteniendo las condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} U'_C &= \lambda \\ U'_L &= \lambda w + \mu \end{aligned}$$

La cuasiconcavidad de U garantiza que las condiciones de segundo orden se cumplan y por tanto se trate de un máximo.

La anterior solución analítica permite la demostración de la siguiente propiedad:

$$\mu > 0 \quad \leftrightarrow \quad w < w^*$$

CIDSE

La propiedad dice que la restricción de ocio se activará ($L = T$, el agente no participa), si y solo si, el salario de mercado es menor que su salario de reserva. Es una doble implicación y su demostración debe hacerse en los dos sentidos, es decir, de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

De izquierda a derecha debe demostrarse que:

$$\mu > 0 \quad \rightarrow \quad w < w^*$$

Cuando $\mu > 0$, L debe ser igual a T , para que el Lagrangiano no cambie de valor. Recordando que matemáticamente el salario de reserva es la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo, cuando $L = T$ y $C = y$:

$$w^* = \frac{U'_L}{U'_C} \bigg|_{\substack{L=T \\ C=y}}$$

Se introducen las condiciones de primer orden:

$$w^* = \frac{\lambda w + \mu}{\lambda} = w + \frac{\mu}{U'_C}$$

Puesto que la utilidad marginal del ocio, U'_C , es positiva

$$w < w^* \quad \text{l.q.q.d.}$$

Se ha demostrado que la no participación en el mercado de trabajo, activación de la restricción de ocio, implica que el salario de mercado es inferior al de reserva. Ahora es importante hacer la demostración en el sentido inverso, es decir de izquierda a derecha, lo cual equivale a preguntarse que sucede con la restricción cuando el salario de mercado es inferior al de reserva. Para esto se recuerda la expresión para el diferencial total de la función de utilidad del agente:

$$dU = U'_C dC + U'_L dL$$

Se factoriza primero U'_C a la izquierda y luego dL a la derecha:

$$dU = U'_C \left(dC + \frac{U'_L}{U'_C} dL \right) = U'_C \left(\frac{dC}{dL} + \frac{U'_L}{U'_C} \right) dL$$

Luego se encuentra la derivada total del consumo respecto al ocio, sobre la línea de presupuesto, partiendo de:

$$C = -wL + y + wT$$

$$\frac{dC}{dL} = -w$$

Incorporando el anterior resultado y la definición de salario de reserva, al diferencial total de la función de utilidad evaluado en el punto en que $L = T$ y $C = y$ se llega a

$$\left. \frac{dU}{dL} \right|_{L=T, C=y} = U'_C (-w + w^*) dL > 0 \quad \text{debido a que } (w < w^*)$$

Puesto que la utilidad es creciente, el máximo en cualquier punto a la derecha del punto de evaluación tendrá un mayor valor que en dicho punto, lo cual implica que la restricción esta saturada y el multiplicador debe ser activado.

En consecuencia

$$w < w^* \rightarrow \mu > 0 \quad \text{l.q.q.d}$$

En conclusión se ha demostrado formalmente que en el mercado de trabajo

$$\left(\begin{array}{l} L = T \\ m > 0 \end{array} \right) \Leftrightarrow w < w^*$$

La anterior doble implicación señala que el agente no participa en el mercado de trabajo si y sólo si la tasa de salario es menor que su salario de reserva..

3. LOS MODELOS DE ELECCION BINARIA

El problema que la Microeconomía del mercado de trabajo ha planteado puede sintetizarse definiendo una variable participación del individuo i (Y_i) la cual sólo asume dos valores: cero, si el individuo no participa ó uno en caso de hacerlo. La asunción de los valores cero y uno tiene una lógica sustentada en el contabilidad de la Población Económicamente Activa: por cada respuesta positiva acerca de la participación en el mercado de trabajo la cuenta sube una unidad y por cada negativa se deja tal cual ó lo que es lo mismo se suma un cero. Obsérvese que podría intercambiarse el cero y el uno, en cuyo caso se estaría modelando la elección de ser parte de la Población Económicamente Inactiva y este sentido

existe arbitrariedad en la asignación del cero y el uno. No obstante lo que queda claro es que los únicos dos números que pueden intervenir en el juego son el cero y el uno, como contrapartida de la ausencia o la presencia en el mercado de trabajo. Estos modelos, debido a que la persona considerada, en el caso de participar responde si, y en el caso contrario no, se denominan de respuesta cualitativa, específicamente binaria.

En consecuencia el problema se formula así:

$$\begin{cases} Y_i = 1 & \text{si } w_i \succ w_i^* \\ Y_i = 0 & \text{si } w_i \prec w_i^* \end{cases}$$

Los modelos que tratan este tipo de situaciones se conocieron inicialmente como de variable ficticia dependiente como una generalización del conocido tratamiento de las variables falsas en el Modelo de Regresión Lineal Múltiple. Su origen se encuentra en la Bioestadística y la Epidemiología cuando se buscaba de evaluar la probabilidad de aparición de un fenómeno ante la exposición a determinados factores de riesgo (Amemiya, 1981). En ese mundo no se requiere una formalización de un proceso de elección y simplemente se modela la probabilidad dados los factores. El andamiaje teórico evoluciona hacia la incorporación de la existencia de variables latentes, no observables, que son las tenidas en cuenta en un proceso de elección entre dos estados alternativos.

Son tres las alternativas más conocidas que la Econometría ha dado para modelar este problema. Se trata del Modelo de Probabilidad Lineal (MPL) y los modelos Probit y Logit. A continuación se discuten estas tres opciones, iniciando por comodidad expositiva y conveniencia pedagógica con una sola variable explicatoria.

3.1 EL MODELO DE PROBABILIDAD LINEAL

El MPL se formula como un modelo de Regresión Lineal Simple $Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$, donde Y_i sólo puede tomar dos valores: 1 si participa y 0 en caso de no hacerlo. Acerca de U_i sólo se asume que el modelo está completo, es decir que $E(U_i) = 0$. La variable X_i recoge el valor de un atributo del agente, por ejemplo su nivel de educación.

Dados los anteriores supuestos el valor esperado de la variables dependiente será:

$$E(Y_i) = \alpha + \beta X_i$$

Ahora puedo definir la probabilidad de participación del agente i (p_i) como la probabilidad de que la variable dependiente tome el valor de uno:

$$\text{Prob} (Y_i = 1) = p_i$$

y en consecuencia $\text{Prob} (Y_i = 0) = 1 - p_i$

Es decir que el valor esperado de la variable dependiente, considerase como una binomial puntual, es:

$$E(Y_i) = 1 (p_i) + 0 (1 - p_i) = p_i$$

Adicionalmente del modelo puede despejarse la perturbación aleatoria

$$U_i = Y_i - \alpha - \beta X_i = Y_i - E(Y_i)$$

De donde si

$$\begin{aligned} Y_i = 0 & \quad U_i = - E (Y_i) \\ Y_i = 1 & \quad U_i = 1 - E (Y_i) \end{aligned}$$

Esquemáticamente:

ELECCION Probabilidad	VARIABLE DEPENDIENTE Y_i		$E(Y_i)$	U_i
PARTICIPAR	1	$\alpha + \beta X_i$	$1 - E (Y_i)$	p_i
NO PARTICIPAR p_i	0	$\alpha + \beta X_i$	$- E (Y_i)$	$1 -$

De la esperanza de U_i puede deducirse a partir del anterior esquema:

$$\begin{aligned} E (U_i) &= (1 - E (Y_i)) p_i - (E (Y_i)) (1 - p_i) = 0 \\ &= p_i - E (Y_i) p_i - E (Y_i) + E (Y_i) p_i = 0 \end{aligned}$$

CIDSE

Por lo tanto

$$P_i = E(Y_i) = \alpha + \beta X_i = \text{Probabilidad de que } Y_i = 1 \text{ (Participar)}$$

El modelo puede interpretarse como la probabilidad de que el agente decida participar en el mercado de trabajo. Téngase presente que esta forma de ver las cosas no utiliza para nada la relación entre salario de mercado y salario de reserva que la Teoría del modelo ocio-consumo establece. Las limitaciones del MPL son:

i) Su varianza es heterocedástica

$$\text{Var}(U_i) = E(U_i - E(U_i))^2 = E(U_i)^2$$

Para el cálculo basta tener en cuenta que:

$$U_i^2 = \begin{cases} E(1 - E(Y_i))^2 & \text{con prob } p_i \\ E(Y_i)^2 & \text{con prob } 1 - p_i \end{cases}$$

En consecuencia

$$E(U_i^2) = [1 - E(Y_i)]^2 p_i + [E(Y_i)]^2 (1 - p_i)$$

Dado que $E(Y_i) = p_i$, entonces:

$$\begin{aligned} E(U_i^2) &= [1 - p_i]^2 p_i + [p_i]^2 (1 - p_i) = (1 - p_i)((1 - p_i)p_i + p_i^2) \\ &= (1 - p_i)p_i = (1 - E(Y_i))E(Y_i) \end{aligned}$$

Como era de esperarse el resultado es similar al de una variable aleatoria distribuida según una ley Binomial Puntual.

$$\text{Var}(U_i) \text{ depende de } E(Y_i) = \alpha + \beta X_i$$

$$\text{Var}(U_i) = (1 - \alpha - \beta X_i)(\alpha + \beta X_i) \quad \text{NO ES CONSTANTE}$$

Si se recuerda el Teorema de Gauss-Markov condicionaba la mínima varianza de los estimadores MCO a la existencia de perturbaciones esféricas. Si la varianza de U_i no es constante los MCO dejan de ser eficientes y debiera usarse otro método de estimación como Mínimos Cuadrados Generalizados o la matriz robusta de White.

- ii) No se puede garantizar que las predicciones estén acotadas entre cero y uno.

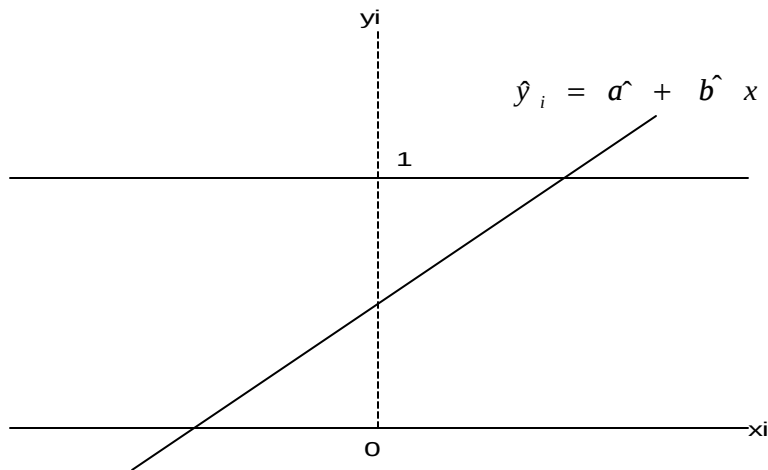


Gráfico 6. Las predicciones en el MPL

Cualquier solución que se adopte como ajustar a uno las predicciones que superen la unidad y a cero las que den negativas, o estimar con restricciones para que la predicción este acotada, no es estadísticamente satisfactoria.

- iii) La perturbación aleatoria está muy lejos de ser o parecersele a una normal. De hecho es una variable aleatoria Bernoulli o Binomial Puntual.

Las tres limitaciones señaladas son de naturaleza estadística y han hecho caer en desuso al MPL. Existe una cuarta limitación de origen teórico que en el caso del mercado de trabajo es muy importante. El MPL no incorpora un proceso de decisión y por ende desconoce la deducción teórica de que el individuo participa si su salario de mercado es superior al de reserva. De otra parte los modelos de la competencia, el Probit y el Logit, han superado con creces sus dificultades de cálculo y al mismo tiempo dan buena cuenta del proceso de elección.

3.2 MODELO PROBIT

La idea básica de este modelo y de su similar el Logit es que el individuo toma su decisión comparando el salario de mercado, el cual depende de un conjunto de variables explicatorias, con el salario de reserva, variable no observable o latente que a su vez depende de un conjunto de variables explicatorias. Por la naturaleza del problema tanto el salario de reserva como el de mercado deben tener un componente aleatorio con lo que el homo economicus del modelo ocio consumo se convierte en un homo sthasticus. Además la condición de que el salario de mercado superior sea salario de reserva, se traducirá en que una variable aleatoria, resultado de la interacción de los anteriores componentes aleatorios, sea superior a determinado valor. En otras palabras se requiere una distribución de probabilidad continua, creciente y acotada entre cero y uno. En el caso del modelo Probit dicha distribución será la normal acumulativa y en el caso del Logit, la logística. Amemiya (1981) y Maddala (1983) son dos referencias clásicas en este campo; Gracia (1988) contiene una buena síntesis y Greene (1998) sobresale entre los manuales.

El punto de partida del Probit son de nuevo modelos similares al de regresión; en esta exposición se inicia con modelos simples, de tal forma que se modelan los salarios de mercado y de reserva así:

$$\begin{aligned} w_i &= \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i & \text{donde } \varepsilon_i &\sim \text{NID}(0, \sigma_\varepsilon^2) \\ w_i^* &= \beta_0 + \beta_1 Z_i + \tau_i & \tau_i &\sim \text{NID}(0, \sigma_\tau^2) \end{aligned}$$

X_i puede ser una variable que el mercado pondere para el salario como la educación y Z_i puede ser una que sólo influya en el salario de reserva como el hecho de ser jefe de hogar o no.

El problema de la participación se convierte entonces de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Y_i &= 0 & \text{si} & \quad \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i < \beta_0 + \beta_1 Z_i + \tau_i \\ Y_i &= 1 & \text{si} & \quad \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i > \beta_0 + \beta_1 Z_i + \tau_i \end{aligned}$$

Dejando en el lado izquierdo de las inecuaciones a las perturbaciones aleatorias

$$Y_i = 0 \quad \text{si} \quad \varepsilon_i - \tau_i < \beta_0 - \alpha_0 + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i$$

$$Y_i = 1 \quad \text{si} \quad \varepsilon_i - \tau_i > \beta_0 - \alpha_0 + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i$$

Redefiniendo:

$$U_i = \varepsilon_i - \tau_i \quad U_i \sim \text{NID}(0, \sigma_u^2)$$

$$\mu = \beta_0 - \alpha_0$$

En consecuencia

$$Y_i = 0 \quad \text{si} \quad U_i < \mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i$$

$$Y_i = 1 \quad \text{si} \quad U_i > \mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i$$

Si se pregunta ahora cual es probabilidad de que se den los dos anteriores eventos se llega a:

$$\text{Prob}(Y_i = 0) = \text{Prob}(U_i < \mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i)$$

$$\text{Prob}(Y_i = 1) = \text{Prob}(U_i > \mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i)$$

Como era usual en los cursos de estadística, para poder avanzar hacia la solución debe estandarizarse:

$$\text{Prob}(Y_i = 0) = \text{Prob}(U_i/\sigma_u < (\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i)/\sigma_u)$$

$$\text{Prob}(Y_i = 1) = \text{Prob}(U_i/\sigma_u > (\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i)/\sigma_u)$$

Recordando que $\Phi(z)$ simboliza la distribución normal acumulativa

$$\text{Si } z \sim \text{NID}(0, 1) \quad \text{entonces} \quad \Phi(a) = \text{prob}(z \leq a)$$

Gráficamente:

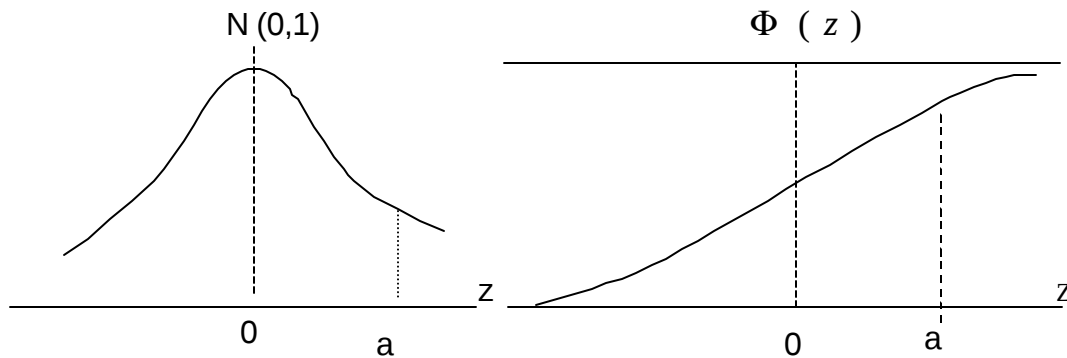


Gráfico 7. Distribuciones Normal Estándar y Normal Acumulativa

En consecuencia:

$$\text{Prob} (Y_i = 0) = \Phi ((\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u)$$

$$\text{Prob} (Y_i = 1) = 1 - \Phi ((\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u)$$

La estimación de los parámetros del modelo, que no es lineal, debe hacerse por métodos de máxima verosimilitud. Para ello basta construir la función de verosimilitud muestral, asumiendo que, en una muestra aleatoria de N individuos, los primeros M participan y los restantes M – N, no participan en el mercado de trabajo.

En términos de la notación para los individuos:

$$i = 1, 2, 3, \dots, M \quad Y_i = 1$$

$$i = M+1, M+2, \dots, N \quad Y_i = 0$$

La función de verosimilitud muestral (la probabilidad conjunta de la muestra) es:

$$L = \text{prob} (Y_1, Y_2, \dots, Y_M, Y_{M+1}, Y_{M+2}, \dots, Y_N)$$

Bajo el supuesto de que se cumplan las condiciones del muestreo aleatorio simple, por independencia estadística entre observaciones:

$$L = \text{prob}(Y_1=1) * \text{prob}(Y_2=1) * \dots * \text{prob}(Y_M=1) * \text{prob}(Y_{M+1}=0) * \text{prob}(Y_{M+2}=0) * \dots * \text{prob}(Y_N=0)$$

Por equiprobabilidad se llega a :

$$L = \prod_{i=1}^M \text{prob}(Y_i = 1) * \prod_{i=M+1}^N \text{prob}(Y_i = 0)$$

Como es usual en estos casos se toma el logaritmo de la función de verosimilitud

$$L^* = \ln L = \sum_{i=1}^M \text{prob}(Y_i = 1) + \sum_{i=M+1}^N \text{prob}(Y_i = 0)$$

Reemplazando por las respectivas probabilidades en términos de la normal acumulativa

$$L^* = \sum_{i=1}^M \Phi((\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u) + \sum_{i=M+1}^N (1 - \Phi((\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u))$$

Siguiendo algoritmos eficientes de cálculo numérico, modernos procedimientos electrónicos dejan la tarea de estimación al computador. Obsérvese que se presenta un problema de identificación pues sólo se puede estimar α/σ_u y β/σ_u . No es posible estimar α y β por separado. La generalización a una situación en la que tanto el salario de reserva como el de mercado se expliquen por más de una variables es inmediata

3.3 MODELO LOGIT

Este modelo sigue la misma lógica del anterior. Lo único que cambia son las funciones de distribución. Se supone que la distribución de probabilidad acumulativa no es la normal sino una logística.

$$\text{Ahora } F(z_i) = \frac{1}{1 + e^{-z_i}} = \frac{e^{z_i}}{1 + e^{z_i}}$$

Si se define al punto aleatorio crítico en la toma de decisión:

$$z^* = (\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u$$

CIDSE

$$\text{Prob}(Y_i = 1) = F((\mu + \beta_1 Z_i - \alpha_1 X_i) / \sigma_u) = F(z^*) = \frac{e^{z^*}}{1 + e^{z^*}}$$

$$\text{Prob}(Y_i = 0) = 1 - F(z^*) = \frac{1}{1 + e^{z^*}}$$

Recordando que el logaritmo natural de la función de verosimilitud es:

$$L^* = \ln L = \sum_{i=1}^M \text{prob}(Y_i = 1) + \sum_{i=M+1}^N \text{prob}(Y_i = 0)$$

se deduce de inmediato que la función a maximizar será:

$$L^* = \sum_{i=1}^M \ln \frac{e^{z^*}}{1 + e^{z^*}} + \sum_{i=M+1}^N \ln \frac{1}{1 + e^{z^*}}$$

Aplicando logaritmos a cocientes:

$$L^* = \sum_{i=1}^M \{z^* - \ln(1 + e^{z^*})\} + \sum_{i=M+1}^N -\ln(1 + e^{z^*})$$

Agregando elementos comunes a ambas sumatorias:

$$L^* = \sum_{i=1}^M z^* - \sum_{i=1}^N \ln(1 + e^{z^*})$$

De aquí en adelante el trabajo le corresponde al computador.

Para terminar vale la pena hacer una comparación gráfica entre la forma como modelan las probabilidades los tres modelos expuestos.

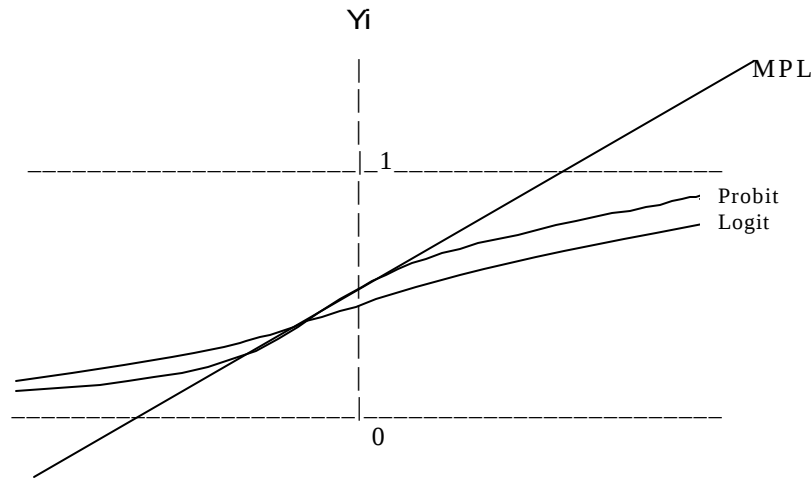


Gráfico 8. Comparación entre MPL, Probit y Logit

4. UN MODELO PARA EL AREA METROPOLITANA DE CALI

En Colombia se venía estudiando la participación con base en modelos macroeconómicos, véase, por ejemplo, López (1996), Londoño (1987), Maldonado y Guerrero (1987) y Ayala (1987). Los modelos con base microeconómica son relativamente recientes, véase Tenjo y Ribero (1998), Ribero y Meza (1997), Vélez y Winter (1993), Farné, S., A. Vivas y T. Yepes (1995), entre otros, estos estudios se hicieron a nivel nacional. En el caso del área metropolitana de Cali, los autores no conocen estudios sobre la participación laboral que se hayan hecho con base en modelos microeconómicos.

Como un ejercicio de contenido empírico se propone el siguiente modelo para explicar la participación en el mercado de trabajo del área metropolitana de Cali, con base en la información que proporciona la ENH de diciembre de 1998. Siguiendo la lógica del desarrollo teórico pueden considerarse los determinantes de los dos salarios que intervienen en la decisión del individuo: el salario de mercado y el de reserva. Siguiendo la regla de no incluir variables comunes a ambos salarios para evitar problemas de identificación, se hace

CIDSE

la siguiente propuesta anotando que se trata de una primera aproximación y por ende la modelización es muy sencilla.

Para el salario potencial de mercado se han elegido las variables que ha sugerido la Teoría de Capital Humano: educación y experiencia. Se definen:

$EDUCAT_i$ = años de escolaridad aprobados por el individuo

$EXPER_i$ = años de experiencia contabilizados como edad menos 3.5.

En consonancia con lo anterior se puede plantear el siguiente modelo:

$$w_i = \alpha_0 + \alpha_1 EDUCAT_i + \alpha_2 EXPER_i + \alpha_3 EXPER_i^2 + \varepsilon_i$$
$$\alpha_1 > 0 \qquad \alpha_2 > 0 \qquad \alpha_3 < 0$$

La inclusión del cuadrado de la experiencia con un coeficiente negativo corresponde a la hipótesis usual de rendimientos marginales decrecientes en la misma. Además por la arquitectura de los tres modelos, los signos de los coeficientes de la ecuación de salarios serán los mismos de los respectivos modelos de participación. Acerca de la perturbación de esta ecuación y de la que sigue, sólo se supone que tiene distribución conocida y adecuada para la posterior estimación.

Con respecto al salario de reserva se tuvo en cuenta variables asociadas a las características del individuo. Se eligió el hecho de ser jefe de hogar que se espera disminuye el salario de reserva y el sexo.

$BPAR_i$ = binario que toma el valor de uno si se trata de un jefe de hogar y cero en otro caso

$BSEX_i$ = binario al cual se le asigna un uno cuando el agente es hombre y cero cuando es mujer

La propuesta para salario de reserva es

$$w_i^* = \beta_0 + \beta_1 BPAR_i + \beta_2 BSEX_i + \tau_i$$
$$\beta_1 < 0 \qquad \beta_2 \neq 0$$

El efecto de las variables en el salario de reserva, se cambiará de signo en cualquier modelo de participación y por lo tanto se espera que los jefes de hogar, participen más *ceteris paribus*, educación, experiencia y sexo.

Antes de plantear la forma reducida del modelo, vale la pena decir algo acerca de las características de los individuos que dan contenido empírico al ejercicio propuesto. La muestra la constituyen los 7017 individuos que conformaron la Fuerza de Trabajo o Población en Edad de Trabajar en la etapa 102 de la Encuesta Nacional de Hogares para el área metropolitana de Cali, en Diciembre del año de 1998. Una primera idea se da mediante las estadísticas descriptivas de las variables que intervienen en el análisis, considerando tanto la muestra total, como las dos submuestras que conforman la PEA y la PEI.

Es importante, antes de hacer alguna referencia al cuadro 1, aclarar los conceptos de PEA y PEI que utiliza el DANE en su Encuesta Nacional de Hogares. “Se considera población económicamente activa o fuerza de trabajo al conjunto de personas en edad de trabajar, que durante el periodo de referencia (semana anterior a la de la encuesta) ejercieron o buscaron ejercer una ocupación remunerada en la producción de bienes y servicios, y aquellas personas que en su condición de *ayudantes familiares* trabajaron sin remuneración en la empresa del respectivo jefe de familia o pariente, por lo menos durante 15 horas semanales”. DANE (1991), página 11.

La población económicamente inactiva comprende a todas las personas en edad de trabajar que no participan en la producción de bienes y servicios del mercado y que no necesitan, no pueden o no están interesadas en tener una ocupación remunerada. A este grupo pertenecen las siguientes categorías: estudiantes, amas de casa, pensionados, jubilados, rentistas, inválidos, personas a quienes no les llama la atención o creen que no vale la pena trabajar, y demás no incluídos en la PEA (DANE, 1991, pag 13).

CUADRO 1. LAS VARIABLES DEL MODELO Medias y Desviación Estándar (entre paréntesis)			
VARIABLE	P.E.I	P.E.A.	TOTAL
EDUCACION	7.3 (3.6)	8.8 (4.2)	8.1 (4.0)
EXPERIENCIA	25.0 (22.6)	23.6 (14.1)	24.1 (18.4)
JEFE HOGAR	0.18 (0.38)	0.42 (0.49)	0.32 (0.46)
HOMBRES	0.31 (0.46)	0.58 (0.49)	0.46 (0.49)
# OBSERVACIONES	3095	3922	7017
Fuente: listados de computador en Limdep7.0			

En el cuadro 1, puede verse que el nivel educativo promedio de los activos es mayor que el de los inactivos, este resultado es lógico, y coincide con lo encontrado a nivel nacional por investigadores como Ribero y Meza (1977, pag 5). Lo mismo puede decirse de que la experiencia media de los inactivos sea mayor que la de los activos, por el peso que tienen los jubilados y pensionados en la PEI.

De los 7017 individuos mayores de 12 años, con información válida para estimar el modelo, 3922 de ellos eran miembros de la oferta de trabajo en tanto 3095 decidieron no participar en el mercado de trabajo. La tasa global de participación (sin factores de expansión) sería del 56%. Se aprecia una mayor participación de los jefes de hogar y de los hombres. Este resultado coincide con los de Ribero y Meza (1977) y Tenjo y Ribero (1998).

El modelo que se somete a verificación empírica es entonces :

$$PARTI_i = \gamma_0 + \gamma_1 EDUCAT_i + \gamma_2 EXPER_i + \gamma_3 EXPER_i^2 + \gamma_4 BPAR_i + \gamma_5 BSEX_i + U_i$$

$$\gamma_1 > 0 \quad \gamma_2 > 0 \quad \gamma_3 < 0 \quad \gamma_4 > 0 \quad \gamma_5 \neq 0$$

El significado de la variable dependiente es la probabilidad de que un individuo participe en el mercado de trabajo. En el modelo teórico, ese que solo existe en el mundo de los ángeles, se trata de una probabilidad ex-ante. Téngase presente que a diferencia del Modelo de

Regresión tradicional en el cual la variable dependiente es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de probabilidad, en los modelos de elección binaria la variable dependiente puede interpretarse como una probabilidad en si misma. Lo que se observa en el mundo de lo concreto, aquel al que los humanos tienen acceso, es una probabilidad expuesta, es decir un cero o un uno. Por esta razón el tema que incluye este tipo de situaciones dentro de la Econometría se conoce como Variable Dependiente Limitada.

Los resultados de la estimación de los tres modelos al uso se encuentran en el Cuadro 2. El primer test que se recomienda hacer en estos casos es el de la significancia conjunta de los parámetros, es decir verificar el modelo ingenuo (aquel que se usaría si no se tuviese alguna idea acerca de los factores explicativos, en cuyo caso se usaría una constante más la perturbación aleatoria) contra el que incluye variables explicatorias. Hay que recordar que tanto la estimación y la inferencia es de validez asintótica, es decir, solo tiene sentido en muestras considerablemente grandes.

La estructura del test es:

$$H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0 \quad (\text{Modelo ingenuo})$$

$$H_a : H_0 \text{ es falsa}$$

$$\text{Bajo } H_0 \quad \chi^2_c = -2(L^*_0 - L^*) \rightarrow \chi^2_q$$

siendo q el número de restricciones que se imponen al modelo (5 en este caso)

Tal cual se lee en el Cuadro 1, en los tres casos se rechaza el modelo ingenuo. El tradicional contraste de significancia de cada parámetro se hace en esta oportunidad con una normal estándar aunque el estadístico de contraste tenga la misma estructura de la razón t. Como puede apreciarse, en todos los casos, todos los coeficientes tienen los signos anticipados por la Teoría Económica y se rechaza la hipótesis de que son cero, a cualquier nivel razonable de significación. Con respecto a las medidas de ajuste que permiten discriminar entre los tres modelos, hay que recordar que este es un tema que todavía no está resuelto de manera definitiva para el caso de la elección binaria. Se incluyen dos medidas de bondad de ajuste: el Pseudo R^2 de McFadden (Greene, 1988) y el porcentaje de éxitos.

El primero de ellos viene a ser un coeficiente de razón de versosimilitudes y se define como

$$1 - \frac{L^*}{L^*_0}$$

La segunda medida contabiliza los aciertos en la predicción, ajustando a 1 si se predice un valor superior a 0.5 y a 0 en caso contrario. Si se usaran estos criterios para discriminar entre modelos se tendría que el modelo logit reportaría los mejores resultados. No obstante con el % de éxitos hay que tener cuidados pues debe haber un punto de referencia para

comparar. En este caso como la mayoría participa en el mercado (hay mas unos que ceros) si se asignara 1 a todo el mundo (la predicción ajustada del modelo ingenuo) habría un 56% de éxitos con lo que las ganancias del Probit y del Logit son del orden del 17%.

CUADRO 2. MODELOS DE PARTICIPACION			
Variable	Modelo Lineal	Modelo Probit	Modelo Logit
Intercepto	0.0094	-1.5962	-2.8124
Razón z	0.470	-23.617	-23.698
NSC	0.6380	0.0000	0.0000
EDUCAT	0.0180	0.5529	0.0965
Razón z	12.426	0.0048	11.628
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
EXPER	0.0274	0.0967	0.1757
Razón z	27.788	27.164	26.869
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
EXPER2	-0.0004	-0.0163	-0.0030
Razón z	-31.413	-29.165	-27.735
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
BPAR	0.1548	0.5916	1.0499
Razón z	11.359	12.516	12.514
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
BSEX	0.2118	0.6733	1.1286
Razón z	18.883	18.497	18.186
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
L*	-4041.89	-3756.96	-3729.26
L₀*	-5043.80	-4814.97	-4814.97
c²_c (5 gdl)	2004	2116	2171
NSC	[0.0000]	[0.0000]	[0.0000]
Pseudo R²	19.9	22.0	22.6
% de exitos		72.8	73.3
Fuente : Listados de Limdep 7.0 y cálculos de los autores			

Cuando se ofrecen resultados de un análisis de regresión es muy importante saber que significan los parámetros de la ecuación que se estima. En el modelo lineal cada coeficiente es el cambio marginal en la variable dependiente ante un cambio unitario del respectivo regresor. Cuando la ecuación no es lineal esta interpretación varía dependiendo de la arquitectura del modelo, es decir, de la forma como se construya el impacto que los factores determinantes tengan en la variable dependiente, en este caso en la probabilidad de participación. En general lo que interesa al economista es el impacto o efecto marginal que tiene un factor explicativo en la variable dependiente; en términos matemáticos lo relevante es la derivada parcial de la variable dependiente respecto al factor en cuestión. El sentido de la derivada parcial en la dimensión matemática es el mismo del *ceteris paribus* en la dimensión de la Teoría Económica: cambio marginal en la respuesta ante un cambio del atributo, dejando constantes el resto de variables que intervienen en el modelo. Esta derivada parcial depende de la construcción del modelo y determina el significado del coeficiente. Como se expuso en la sección pasada existen la menos tres formas de abordar la construcción: el MPL, el Probit y el Logit.

En el MPL se asume una explicación lineal de la probabilidad y en consecuencia los efectos marginales deben ser constantes. En el caso de la educación, por ejemplo, sería:

$$\frac{\partial \text{PARTI}_i}{\partial \text{EDUCAT}_i} = g_2$$

En el caso de los modelos Probit y Logit, se trata de relaciones no lineales. Para obtener los efectos marginales en estos dos casos se describe el modelo utilizando la notación vectorial, agrupando los parámetros en el vector γ y las observaciones de las variables explicatorias de un agente en el vector x_i .

$$\gamma = [\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5]$$

$$x'_i = [1, \text{EDUCAT}_i, \text{EXPER}_i, \text{EXPER2}_i, \text{BPAR}_i, \text{BSEX}_i]$$

En consecuencia:

$$\text{PARTI}_i = x'_i \gamma + U_i$$

Si se define:

$f(x'_i \gamma)$ = la correspondiente función de densidad (la derivada de la acumulativa)
 evaluada en $x'_i \gamma$
 el efecto marginal será

$$\frac{\partial \text{PARTI}_i}{\partial \text{VARIABLE}_j} = f(x'_i g) g_j \quad j=1,2,3,4,5$$

Para el modelo Probit, en el caso de la educación se tiene:

$$\frac{\partial \text{PARTI}_i}{\partial \text{EDUCAT}_i} = f(x'_i g) g_1$$

Es decir que el efecto marginal de una variable en un modelo Probit es el producto del coeficiente que acompaña a la variable por la normal estándar evaluada en la parte sistemática del modelo. Siguiendo un proceso análogo para el modelo Logit se llega a:

$$\frac{\partial \text{PARTI}_i}{\partial \text{EDUCAT}_i} = \frac{e^{x'_i g}}{(1 + e^{x'_i g})^2} g_1$$

De los desarrollos anteriores se deduce que en los modelos Logit y Probit los efectos marginales no son constantes y dependen del vector de características de cada individuo. Para poder presentar una cifra por cada factor explicativo existen dos opciones: evaluar en la media de las variables que aparezcan en la fórmula o calcular el promedio de las evaluaciones individuales. En el primer caso es como si se eligiese un individuo representativo y para él se calculase el efecto marginal. En el ejercicio realizado sería como preguntarse cuál es el efecto marginal de cada una de las variables explicativas para un agente imaginario que hubiese aprobado 8.1 años de educación formal, tuviese 24.1 años de experiencia en el mercado de trabajo, fuese jefe de hogar en 32% y hombre en un 46%.

La otra opción consiste en calcular para cada agente su respectivo efecto marginal y luego obtener el promedio de los efectos. En pocas palabras en un caso se obtiene el efecto del agente promedio y en otro caso el promedio de los efectos de los agentes. Las dos alternativas de cálculo configuran el contenido del Cuadro 3.

Cuando se utiliza la opción de evaluar los efectos del individuo promedio aparece una mayor dispersión en ellos que cuando se obtiene los promedios de los efectos individuales. Sistemáticamente se aprecia que los efectos marginales obtenidos por el Logit son ligeramente superiores a los del Probit y éstos superiores a los del MPL, conservando el orden que tiene los coeficientes del Cuadro 2. Es evidente que la segunda alternativa posee un mayor contenido informativo que la primera y ya no se constata un orden sistemático en las estimaciones; si se acepta que los modelos apropiados son los de elección binaria que modelizan el proceso de decisión, se tendría que un año de educación induce una probabilidad de 1.7% de participar en el mercado de trabajo y uno de experiencia lo hace en un 3.2%. Los jefes de hogar tienen una probabilidad de participación de un 19% superior a los no jefes y los hombres de un 20% mayor frente a las mujeres.

CUADRO 3. EFECTOS MARGINALES EN LA PROBABILIDAD DE PARTICIPAR

OPCION 1: EFECTOS EN EL AGENTE PROMEDIO			
MODELO [®] VARIABLE ⁻	LINEAL	PROBIT	LOGIT
EDUCACION	0.0180	0.0217	0.0237
Razón z	12.426	11.47	11.67
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
EXPERIENCIA	0.0274	0.0380	0.0431
Razón z	27.788	27.00	26.87
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
JEFE DE HOGAR	0.1548	0.2324	0.2575
Razón z	11.359	12.56	12.60
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
SEXO	0.2118	0.2645	0.2768
Razón z	18.883	18.53	18.22
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
OPCION 2 : PROMEDIOS DE LOS EFECTOS DE LOS AGENTES			
MODELO [®] VARIABLE ⁻	LINEAL	PROBIT	LOGIT
EDUCACION	0.0180	0.0169	0.0173
Razón z	12.426	247.43	213.20
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
EXPERIENCIA	0.0274	0.0296	0.0316
Razón z	27.788	247.43	213.20
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
JEFE DE HOGAR	0.1548	0.1812	0.1886
Razón z	11.359	247.43	213.20
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
SEXO	0.2118	0.2062	0.2027
Razón z	18.883	247.43	213.20
NSC	0.0000	0.0000	0.0000
Fuente: listados de computador en Limdep 7.0 y cálculos de los autores			

5. CONCLUSIONES

El nivel educativo de los integrantes de la PEA (8.8 años en promedio) es mayor que el de los integrantes de la PEI (7.3 años en promedio). La experiencia media de los activos (23.6 años) es menor que la de los inactivos (25 años).

El modelo ocio-consumo provee una herramienta útil para la explicación de los determinantes de la decisión de participación en el mercado de trabajo por parte de la fuerza de trabajo del área metropolitana de Cali en Diciembre de 1998. La educación y la experiencia, como factores explicativos del salario esperado en el mercado y la posición en el hogar y el sexo como los factores que determinan el salario de reserva, se constituyen en variables que permiten explicar las decisiones de participación de los agentes de dicho mercado. Concretamente, los jefes de hogar tienen una probabilidad de participar 19% superior a los no jefes y los hombres un 20% superior frente a las mujeres. En este aspecto los resultados coinciden con los de Ribero y Meza (1997) y Tenjo y Ribero (1998), que se hicieron a nivel de las principales áreas metropolitanas del país.

Al utilizar criterios de elección se inclina la balanza por el modelo Logit aunque los efectos marginales medios estimados por éste y el Probit son prácticamente idénticos. Se estiman incrementos en la probabilidad de participación de un 1.8% y de 3.2% por año aprobado de escolaridad formal y de experiencia, respectivamente. La probabilidad marginal ex ante de encontrar un jefe de hogar en la población económicamente activa es del 19% y de hallar un hombre es del 21%, respecto a los no jefes y a las mujeres.

En conclusión, los resultados generales de las estimaciones para el área metropolitana de Cali no difieren significativamente de los de otras investigaciones a nivel nacional como las de Ribero y Meza (1997) y Tenjo y Ribero (1998), que han sido pioneros en la utilización de modelos con base microeconómica para estudiar la oferta laboral en Colombia.

BIBLIOGRAFÍA

- Amemiya, Takeshi (1981); "Qualitative response models: a survey". *Journal of Economic Literature*, Vol 19.
- Ayala, Ulpiano (1987); "Hogares, participación laboral e ingresos", en Ocampo y Ramírez (edts) (1987); *El problema laboral colombiano. Informes especiales de la Misión de Empleo*. SENA, DNP, Contraloría General de la República. Tomo I.
- Cerruti, Marcela (2000); "Determinantes de la participación intermitente de las mujeres en el mercado de trabajo del área metropolitana de Buenos Aires", en *Desarrollo Económico- Revista de Ciencias Sociales*. Buenos Aires, vol 39, N° 156, enero-marzo, pp 619-638.
- DANE (1991); *20 años de la Encuesta de Hogares en Colombia. 1970-1990*. Bogotá, julio..
- Farné, S., A. Vivas y T. Yepes (1995); "Estimación de la tasa natural de desempleo en Colombia", *Cuadernos de Empleo*. Ministerio del Trabajo y Seguridad Social. Documento # 1.
- Gracia-Diez, Mercedes (1988); "Modelos con variable dependiente cualitativa y variación limitada" en *Cuadernos Económicos del ICE*, número 39, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid.
- Gracia-Diez, Mercedes (1990); "Rasgos característicos del desempleo y de la participación en España", en M. F. García, M. Gracia-Diez y otros (1990); *Estudios sobre participación activa, empleo y paro en España*. FEDEA, Colección estudios N° 7.
- Greene (1998) *Econometric Analysis*, Prentice Hall.
- Londoño, J. L (1987); "La dinámica laboral y el ritmo de actividad económica: un repaso empírico de la última década"; en Ocampo y Ramírez (edts) (1987); *El problema laboral colombiano. Informes especiales de la Misión de Empleo*. SENA, DNP, Contraloría General de la República. Tomo I.
- López C., Hugo (1996); "Participación laboral y desempleo en las cuatro principales ciudades: un modelo econométrico", en López, Hugo (1996); *Ensayos sobre economía laboral colombiana*. Fonade, Carlos Valencia Editores. 459 páginas.
- Maddala G. S. (1983); "Limited Dependent and Qualitatives Variables in Econometrics", Cambridge University Press.
- Maldonado, H y Guerrero L (1987); "Evolución de las tasas de participación en Colombia", en Ocampo y Ramírez (1987), op cit. Pp 136-153.
- Ribero; Rocío y Claudia Meza (1997); "Determinantes de la participación laboral de hombres y mujeres en Colombia: 1976-1995", en *Archivos de Macroeconomía*, DNP, documento 63, agosto.
- Tenjo, Jaime y Rocio Ribero (1998); "Participación, desempleo y mercados laborales en Colombia", En *Archivos de macroeconomía*, DNP, documento 81. 53 páginas
- Vélez, E. and C. Winter (1993): "Women's Labor Force Participation and Earnings in Colombia", in G. Psacharopolous and Z. Tzannatos (Eds) *Women Employment and Pay in Latin America*, Report 10 (vol II). Latin America and the Caribbean Technical Department, World Bank.