

Un modelo de partículas para la revolución*

María del Pilar Castillo V y Boris Salazar♥

Resumen

El objetivo central de este artículo es explorar la riqueza metodológica del modelo Ising (1925) para analizar el proceso de formación de revoluciones sociales. En él, pequeños cambios en un parámetro (la temperatura o la presión) generan cambios cualitativos, de gran escala, en el estado del sistema (Cipra, 1987). En los procesos revolucionarios, “pequeños” eventos generan grandes cambios en el estado de las relaciones de poder mediante la activación de estructuras de sociabilidad que producen acciones colectivas. Los resultados obtenidos provienen del modelo corrido para varias simulaciones en varias etapas, usando el algoritmo Metrópolis.

Palabras claves: *modelo Ising, revolución, interacción social*

Introducción

Las revoluciones son cambios repentinos, irreversibles, y en muchas ocasiones violentos, en las relaciones de poder de una sociedad. Pertenecen a la familia de eventos extremos, que incluye fenómenos tan diversos como temblores, erupciones volcánicas, epidemias y acciones colectivas que se convierten en revoluciones. Mientras que los otros fenómenos han sido tratados en forma analítica [Sornette 2001, 2004; Barabási, Watts, 2002] con notorio éxito, las revoluciones no han contado con la misma suerte. Hay varias razones.

Las revoluciones pertenecen al tipo de fenómenos considerados imposibles de resolver. Roehner (2002, 45-6), siguiendo a Lieberman [1985, 1991], los define como aquellos problemas en los que la incertidumbre involucrada es tan alta que resulta imposible observar o encontrar las trayectorias seguidas por el fenómeno bajo estudio. El ejemplo elegido ilustra bien lo que quería decir: entre el inicio de la lucha de independencia de Irlanda, en 1914, y el levantamiento de Pascua (Easter Rising), en 1916, el número de pasos

* Los autores agradecen al profesor Fabricio Tourrucô su colaboración en la escritura del código para estimar clusters.

♥ Profesores de Economía, Universidad del Valle. bosalazar@gmail.com

(eventos) ocurridos, y el número de alternativas posibles asociadas a cada uno ellos, es tan alto que resulta imposible predecir la trayectoria entre el primer y el último evento.

Roehner eligió la situación de menor complejidad posible: la apertura de dos alternativas por cada paso (o nodo de decisión). Aunque en la realidad cada paso involucra la emergencia de un mayor número de alternativas, dos son suficientes para establecer el resultado. Suponiendo 8 pasos, y dos alternativas, igualmente probables, por cada uno de ellos, la probabilidad de conocer la trayectoria sería muy cercana a cero: $(1/2)^8 = 0.0004$. [Roehner Op. cit., 46] Y sería aún menor si tuviéramos en cuenta todos los eventos ligados al proceso revolucionario, y no sólo los más grandes y documentados.

La imposibilidad de un tratamiento analítico es profundizada por la falta de datos homogéneos para los parámetros y variables relevantes. En particular, es fundamental la ausencia de datos acerca de los vínculos sociales existentes en el momento de la explosión revolucionaria, y de su evolución a lo largo de su despliegue. La superación de este déficit sólo es posible a través de un trabajo con fuentes primarias (archivos, periódicos, testimonios, encuestas) –que no siempre resulta factible y que requeriría de un equipo muy grande de investigadores. Ejemplos notables de lo que es posible hacer son los trabajos de Roger V. Gould [2002, 1993] sobre la identidad social de los insurgentes que participaron en las revoluciones de 1848 y 1871 en Francia, el de Mark Traugott (2002) sobre la identidad social de los revolucionarios de 1848, y el de Charles Tilly sobre la movilización popular en Francia a lo largo de cuatro siglos (1986). Por su parte, Charles Kurzman reconstruyó los eventos que condujeron a la activación contingente de las redes sociales de la clerecía islámica durante la Revolución Iraní de 1977-79. (1994)

Este artículo sugiere un tratamiento alternativo para la modelación de procesos revolucionarios. Suponemos que una revolución es un “formidable resumen del pasado” (Furet 1981), en el que eventos del presente activan patrones de vínculos –a los que denominamos *trazos* de autonomía social— formados por fuera, a pesar y en contra de las relaciones de poder dominantes. El término trazos no es caprichoso. Alude a los patrones de autonomía política y social, *creados y conservados a través del tiempo*. Desde la perspectiva del ferromagnetismo sería equivalente a la magnetización restante una vez que el campo externo ha sido retirado.

La autonomía alude a su independencia frente al poder establecido. Todos los patrones de vínculos, organizaciones y repertorios que han emergido y crecido en forma independiente del poder son considerados aquí como autónomos. Su tamaño varía de una sociedad a otra. Sociedades con trazos de autonomía más grandes, y de mayor alcance, tienen mayor probabilidad de desarrollar procesos revolucionarios. Por el contrario, en aquellas en las que la autonomía es muy pequeña o muy frágil, la probabilidad de un estallido revolucionario es cercana a cero. Y si llegase a ocurrir en ellas alguna secuencia de eventos similar a una revolución, su duración y sus efectos serían muy reducidos. En general, la

dinámica de los procesos revolucionarios está en el tipo de interacción desencadenada entre eventos y autonomía.

La probabilidad de que un evento active en forma duradera las estructuras autónomas es muy pequeña y está acotada por la magnitud del control ejercido por las relaciones de poder y por el alcance de la autonomía. Sin embargo, ciertos eventos tienen la capacidad de *activar* los vínculos sociales asociados a las estructuras autónomas, desencadenando acciones colectivas que vuelven a activar esos vínculos, induciendo un proceso de reforzamiento a través de la acción, sólo detectable en la secuencia de episodios de mayor magnitud que asociamos con una revolución. En términos intuitivos es posible ver los procesos revolucionarios como los episodios exitosos de un largo proceso de intentos “fallidos” y espontáneos de activación de esas estructuras. El problema crucial está en encontrar un tratamiento analítico o una metodología adecuada que permita captar, al mismo tiempo, la ocurrencia de los eventos y los efectos agregados de su interacción con los trazos de autonomía.

Una alternativa natural, proveniente de la física de las transiciones de fase, es el popular modelo de Ising (1925). En él, pequeños cambios en un parámetro (la temperatura o la presión) generan cambios cualitativos, de gran escala, en el estado del sistema. (Cipra, 1987) En los procesos revolucionarios, “pequeños” eventos generan grandes cambios en el estado de las relaciones de poder mediante la activación de estructuras de sociabilidad que producen acciones colectivas.

Para ver hasta qué punto es factible la aplicación propuesta, es aconsejable entender primero la naturaleza de las transiciones de fase en el ferromagnetismo que Ising intentó descifrar con su modelo original. Si una retícula de material magnético es sometida a un campo magnético, a una temperatura constante, el campo inducirá una cierta cantidad de magnetización en la retícula, haciendo que una parte de sus spins esté orientada en la misma dirección (“arriba” o “abajo”). Una lenta disminución del impacto del campo externo, haría que la retícula dejara de estar magnetizada, “olvidando” su anterior estado de magnetización. Pero esto sólo ocurre a altas temperaturas. A bajas temperaturas una parte de la magnetización inducida es *conservada*, a pesar de la desconexión del campo externo. Es lo que Ising denomina “magnetización espontánea” y Cipra, con razón, prefiere llamar “magnetización residual”. (Cipra 1987, 940-1)

El conjunto de “spins” que se mantiene en la misma dirección es análogo a los *trazos* que dejan episodios anteriores de cooperación o rebelión en las sociedades, y que aquí denominamos estructuras autónomas. La temperatura es análoga al grado de control que el poder ejerce sobre la actividad social: temperaturas más altas serían equivalentes a grados más altos de control, o a la ocurrencia de eventos que no generan activación alguna de las estructuras autónomas, mientras que temperaturas más bajas serían análogas a eventos que promueven la activación de esas estructuras, o reflejan la debilidad del poder establecido

(concesiones a la oposición, represión desesperada de la protesta). El tamaño de la magnetización alcanzada es equivalente a la magnitud de las estructuras sociales movilizadas: el número de personas movilizadas por las configuraciones sociales cuya actividad destruye las relaciones de poder actuales y las reemplaza por otras. La secuencia de acciones colectivas realizadas por las estructuras en estado de activación es la trayectoria de ese proceso revolucionario. Cada una de las iteraciones de un proceso de Ising simulado podría interpretarse como la configuración social movilizada en cada una de las acciones colectivas ocurridas.

Apoyándonos en la estructura del modelo de Ising y en sus resultados, simulamos de manera sencilla el proceso de interacción sugerido, obteniendo derivaciones que permiten pensar en la posibilidad de desarrollar una explicación de los procesos revolucionarios, no desde su por qué, sino desde su cómo, haciendo énfasis en la interacción entre eventos, estructuras y trayectorias, en contraposición al estudio convencional de causas y efectos.

Hay otras alternativas de modelación que también hacen uso de retículas para captar los efectos agregados de interacciones locales entre agentes individuales. Es el caso de los modelos de elección binaria en redes sociales¹, entre los que sobresale el modelo de umbral con agentes heterogéneos que deciden si participan, o no, en una revuelta, publicado por Mark Granovetter en 1978. Cada agente cuenta con un valor asignado de forma aleatoria que representa su preferencia individual por participar, o no, en la revuelta. El umbral representa el número mínimo de vecinos que debería participar de la revuelta para que el primero decida participar también. Dada la distribución de esas preferencias individuales, el modelo estima las oportunidades de que ocurra una revuelta y el número de agentes que participan en ella. Los resultados del modelo sugieren que el comportamiento del grupo depende de las preferencias individuales. Granovetter probó con diferentes distribuciones de preferencias y mostró que grupos con características similares llevan a comportamientos globales diferentes.

La metodología de Granovetter es exitosa en el contexto de modelos de elección racional, porque permite explicar comportamientos colectivos a partir de conductas individuales. En situaciones con muy poca estructura social, y escasa o nula autonomía, puede ser una herramienta muy útil de modelación. El colapso del sistema soviético en 1989-1991 puede ser modelado esta forma: individuos separados, sin vínculos entre ellos, sólo participarían de la revuelta cuando un número suficiente ya lo estaba haciendo. La forma en que Suzanne Lohmann (1994) modeló el proceso de colapso del régimen soviético en Alemania Oriental es buen ejemplo de la capacidad predictiva de ese enfoque cuando la autonomía social es escasa, casi nula. Sin embargo, no es tan efectivo para tratar situaciones en las que el

¹ Quizás el primer modelo de elección binaria sobre una retícula es el modelo de segregación espacial de Thomas C. Schelling (1978). A la misma tradición, pero aplicado en forma original a la Revolución Iraní, y basado en preferencias “falsas”, pertenece el muy influyente modelo de Kuran (1989).

objetivo es analizar el impacto de cambios repentinos en el comportamiento agregado sobre las decisiones individuales.

El Ising y las interacciones sociales

Parte del éxito del modelo de Ising está en su aplicabilidad a fenómenos físicos y sociales, en los que pequeños cambios en los parámetros relevantes inducen cambios globales y cualitativos, vía la interacción tanto local como global. En las ciencias sociales, en particular, tiene la inmensa ventaja de ofrecer un mecanismo de agregación simple y potente de las interacciones locales y globales entre individuos y grupos –algo que siempre ha sido una dificultad mayor para las disciplinas interesadas en el estudio de las interacciones sociales y de sus efectos agregados.

El modelo de Ising puede ser definido como una colección de variables discretas denominadas spins, que toman los valores 1 o -1. El conjunto de variables es representado por un grafo, en el que cada vértice es una partícula, y las líneas que unen a cada par de partículas son los vínculos (*bonds*). Sólo los vecinos inmediatos están unidos por vínculos y son, por tanto, los únicos que poseen la propiedad de interacción local. Si los spins están alineados (van en la misma dirección), el producto de la interacción será 1, si no lo están (van en dirección contraria) será -1. Una transición de fase ocurre cuando el estado del sistema cambia como resultado de la alineación de las partículas en la misma dirección.

Modelo

Consideremos una retícula S de dos dimensiones, con N^2 puntos llamados lugares (*sites*).

$$S = \{1, 2, \dots, N\} \times \{1, 2, \dots, N\}$$

En cada uno de estos puntos se localiza un agente que participa o no participa en una revolución. Sea σ_i una variable binaria independiente, asignada a cada agente, que toma valor 1 y -1:

$$\sigma_i = \begin{cases} 1 & \text{participa} \\ -1 & \text{no participa} \end{cases}$$

Más que la decisión del agente, que implicaría considerar un proceso individual de maximización de utilidades, esta variable representa el estado del agente i con respecto a sus vecinos. Es decir, si coinciden o no en realizar una cierta acción. Las configuraciones de estados del sistema son representadas mediante vectores de valores $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$. Habrá tantos vectores como configuraciones haya. Como sólo hay dos estados posibles, el número total de configuraciones será 2^N .

Una vez conocido el estado de todos los individuos en la retícula, podemos calcular la *energía* total que gobierna la dinámica del sistema. Está compuesta por dos campos o tipos

de interacciones. El primero refleja la interacción entre cada individuo y sus vecinos más cercanos en la retícula, y el segundo a las interacciones entre todos los agentes (o campo externo), que tiende a alinear los momentos magnéticos en la dirección del campo, es decir, todos los agentes coincidirían en participar, o en no participar en la revolución. Si el segundo tipo de interacción no es tenido en cuenta, diremos que la contribución de cada individuo a la energía total del sistema sólo depende de las relaciones entre su estado y el de sus vecinos más cercanos. Si dos agentes comparten el mismo estado, su contribución a la energía total del sistema será muy pequeña, mientras que si están en estados contrarios, su contribución será alta. En el estudio de las revoluciones, estados de “alta energía” son situaciones en las que el desorden social es tan grande, y el control ejercido por el poder es tan efectivo, que las fuerzas revolucionarias potenciales no pueden coordinarse para realizar ninguna acción colectiva. Por supuesto, esta metáfora va en sentido contrario de las metáforas más usuales que hablan de la energía revolucionaria “liberada” por ciertos eventos.

Para una configuración dada $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$, la energía total es

$$E(\sigma) = -L \sum_{\langle i,j \rangle} \sigma_i \sigma_j - J \sum_i \sigma_i$$

Los parámetros L y J representan la fortaleza de la interacción local y global, respectivamente, es decir, de las energías asociadas a cada uno de los tipos de interacciones. El primer término suma todas las interacciones de los individuos con sus vecinos, el segundo, suma todas las interacciones globales. Un sistema de baja energía (con entropía cero y baja temperatura), con muy poco movimiento aleatorio, indicaría que todos los individuos están en el mismo estado, mientras que un sistema con alta energía (con entropía positiva y alta temperatura) reflejaría la existencia de muy pocos agentes que comparten el mismo estado.

Sea Γ el conjunto de todas las posibles configuraciones, $E(\sigma)$ es la energía de la configuración $\sigma \in \Gamma$. La estadística mecánica establece que la probabilidad de cualquier configuración σ es

$$Prob(\sigma) = \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{E(\sigma)}{kT}\right\}$$

Z es la función de partición,

$$Z = Z(k, T, L, J) = \sum_{\sigma \in \Gamma} \exp\left\{-\frac{E(\sigma)}{kT}\right\}$$

Formada por la exponencial de la energía total de todas las configuraciones posibles. T es la temperatura en grados absolutos, y k es la constante Boltzmann. El signo negativo permite

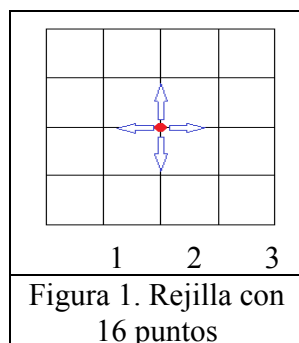
una alta probabilidad para las configuraciones con baja energía. El término $1/kT$ indica que una alta temperatura tiende a “aplanar” la distribución, haciendo que todas las configuraciones sean igualmente probables. Una baja temperatura tiende a incrementar las probabilidades de estados de bajas energías, es decir, de estados alineados en una misma dirección.

Con el apoyo del método de Montecarlo, el modelo fue ejecutado para un número determinado de simulaciones. Para cada simulación se definió un número de iteraciones, consiguiendo tomar una muestra aleatoria de nodos del espacio de fase y usar estos datos para encontrar el comportamiento de todo el sistema. Esto es análogo a la idea de que en todo proceso revolucionario, los eventos afectan, en formas distintas, a las configuraciones iniciales. En lugar de seguir, uno a uno, a todos los individuos, tomamos una *muestra* aleatoria de la población y observamos cómo un evento (representado por la temperatura) afecta la configuración final (el valor de magnetismo alcanzado). Esta última es interpretada como el efecto global del proceso sobre el conjunto de todos los individuos analizados. En el modelo, estaríamos tomando tantas muestras como simulaciones sean realizadas. De esta forma aseguramos que las muestras sean elegidas realmente de forma aleatoria. Un número alto de simulaciones es generado aleatoriamente, y son calculadas la energía y magnetización promedio.

Algoritmo Metrópolis

La simulación del modelo requiere la implementación de un algoritmo. Uno de los más usados es el Metrópolis, que consiste en un paseo aleatorio guiado a través de un espacio de fase. La distribución de estados visitados sobre este paseo es consistente con un conjunto canónico a una temperatura dada (Fricke, 2006) En la aplicación al sistema de Ising, los individuos no se mueven, sino que cambian de estado en función del número de vecinos que comparten el mismo estado. En términos del modelo presentado arriba, un agente cambiará del estado “no participar” al de “participar” (de -1 a 1) de acuerdo con el número de vecinos que se encuentran en un estado diferente al suyo.

Consideremos la siguiente retícula:



El punto rojo representa la localización de un nodo (σ_{22}) –que podría representar la ubicación de un individuo- con cuatro vecinos: a la izquierda (σ_{12}), derecha (σ_{32}), arriba (σ_{23}) y abajo (σ_{21}), como indican las flechas). La energía total es

$$E = -L(\sigma_{12}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{32} + \sigma_{23}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{21}) - J(\sigma_{12} + \sigma_{22} + \sigma_{32} + \sigma_{23} + \sigma_{21})$$

Para $J = 0$:

La función de partición Z es:

$$\begin{aligned} Z &= e^{-\alpha E(1,1,1,1)} + e^{-\alpha E(-1,1,1,1)} + e^{-\alpha E(-1,-1,1,1)} + \dots + e^{-\alpha E(-1,-1,-1,-1)} \\ &= e^{-\alpha L(1+1+1+1)} + e^{-\alpha L(-1+1+1+1)} + e^{-\alpha L(1-1-1-1)} + \dots + e^{-\alpha L(1+1+1+1)} \\ &= e^{-4\alpha L} + e^{-2\alpha L} + e^{2\alpha L} + \dots + e^{-4\alpha L} \end{aligned}$$

Con $\alpha = 1/kT$.

El algoritmo Metrópolis tendrá las siguientes etapas

- i) Inicia con una configuración aleatoria $\sigma \in \Gamma$.
- ii) Selecciona un individuo aleatorio σ_i de σ .
- iii) Propone un nuevo valor σ_k (con $k \neq i$)
- iv) Define la probabilidad de cambio de estado

Resultados sin interacción global ($J=0$)

Suponemos una retícula de 30×30 con 9000 agentes, a los que les fue asignado aleatoriamente un valor de 1 (*participar*) o -1 (*no participar*), con parámetros dados $J=0$ (sin campo externo), temperatura $T=2.71$, y un número de iteraciones igual a 2,000. Esto producirá una cierta cantidad de magnetización en la retícula, es decir, creará una tendencia a que los agentes compartan la misma decisión. Dado que el campo externo es cero, la magnetización dependerá exclusivamente de la temperatura.

En la retícula de la figura 2, la configuración inicial corresponde a la decisión aleatoria de los agentes de participar o no participar. El color blanco representa a aquellos agentes que participan, y el negro a los que no lo hacen.

Después de 2000 iteraciones, el gráfico de la configuración final muestra la formación de clústers con agentes agrupados de acuerdo con su tipo a partir de los parámetros establecidos. Con un campo externo -o interacción global- igual a cero, temperaturas altas mantienen altos grados de desmagnetización, tal como puede observarse en los gráficos siguientes, que permiten contar el número de clústers de cada tipo formados durante el

proceso. En apariencia, la formación de clústers de participantes (blancos) y no participantes (negros) evolucionan de forma parecida.

Un cambio en la temperatura (de 2.71 a 0.02) modifica, en forma significativa, la estructura final (Figura 3). Para bajas temperaturas, la retícula retiene un mayor grado de magnetización, sugiriendo una tendencia más clara de los agentes a participar, o a alinearse en ese estado a través de la interacción local. Cuando la simulación tiene 500 iteraciones, el número de lugares que toma el color blanco empieza a crecer, es decir, el número vecinos alineados en una misma dirección define la estructura final de la retícula. Aunque es imposible percibir a simple vista las diferencias entre las retículas correspondientes a la configuración inicial y la final, los gráficos sí permiten captar la magnitud de los cambios ocurridos a través del conteo del número de clústers alcanzado al final de la simulación. Es evidente, por ejemplo, que hacia el final de las iteraciones, el número de clústers blancos empieza a crecer.

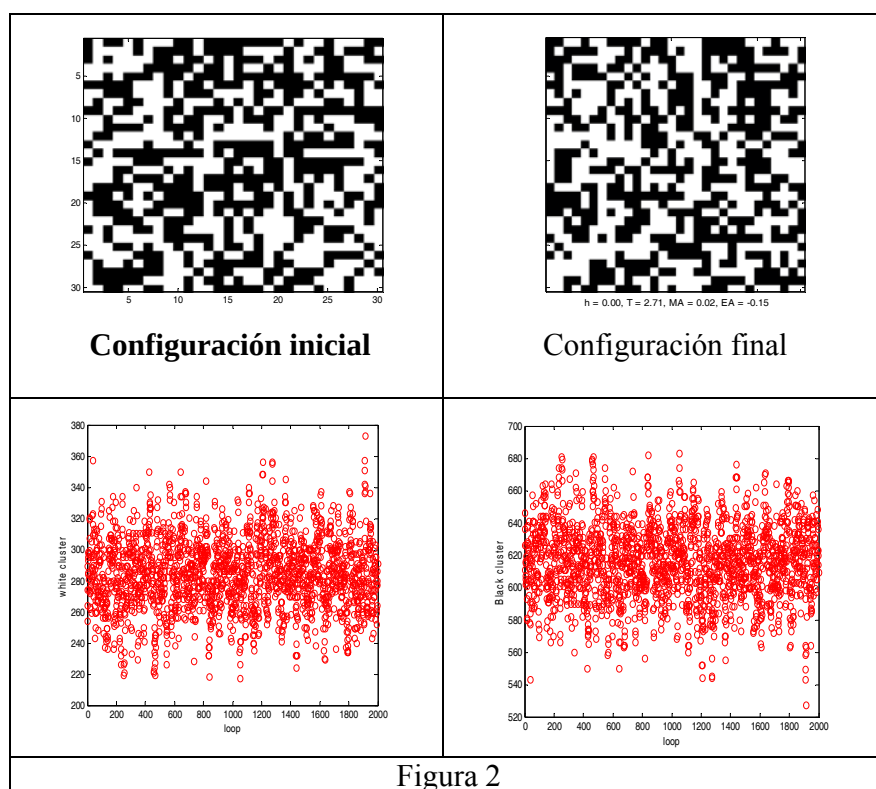


Figura 2

Si el número de iteraciones es ampliado a 2000, el gráfico del número de clústers blancos alcanza un pico en la iteración 100 —alrededor de 600 clústers de ese color— para después caer y llegar a un número similar de clústers blancos y negros. A esta temperatura, el mayor grado de magnetización se logra en cercanías del bucle 100.

En la figura 4, a la misma baja temperatura se logran dos configuraciones finales con diferentes bucles, una con menor grado de magnetización y, por tanto, un mayor número de clústers negros en detrimento del número de blancos. Para 40 iteraciones, el número de clústers crece.

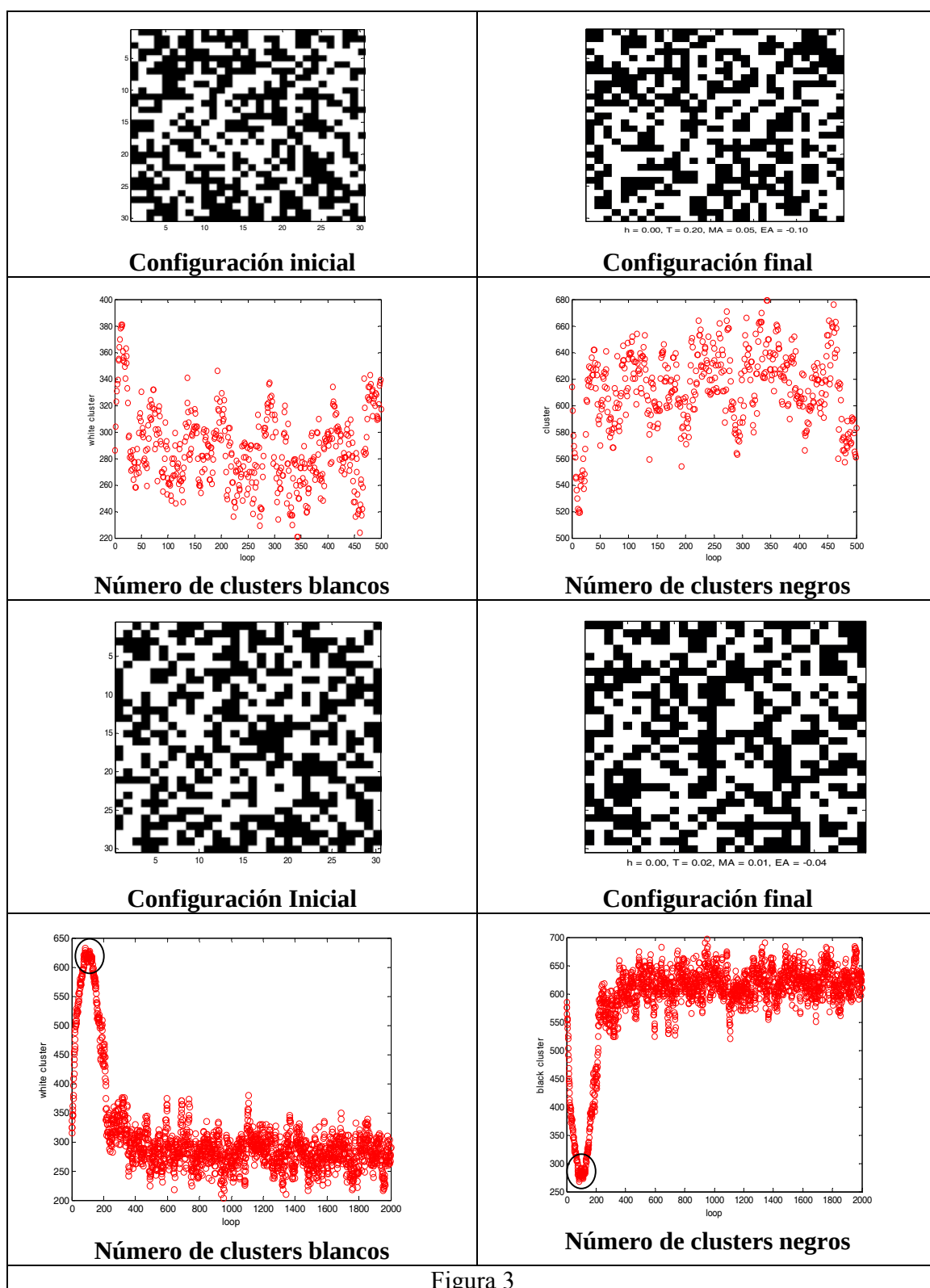
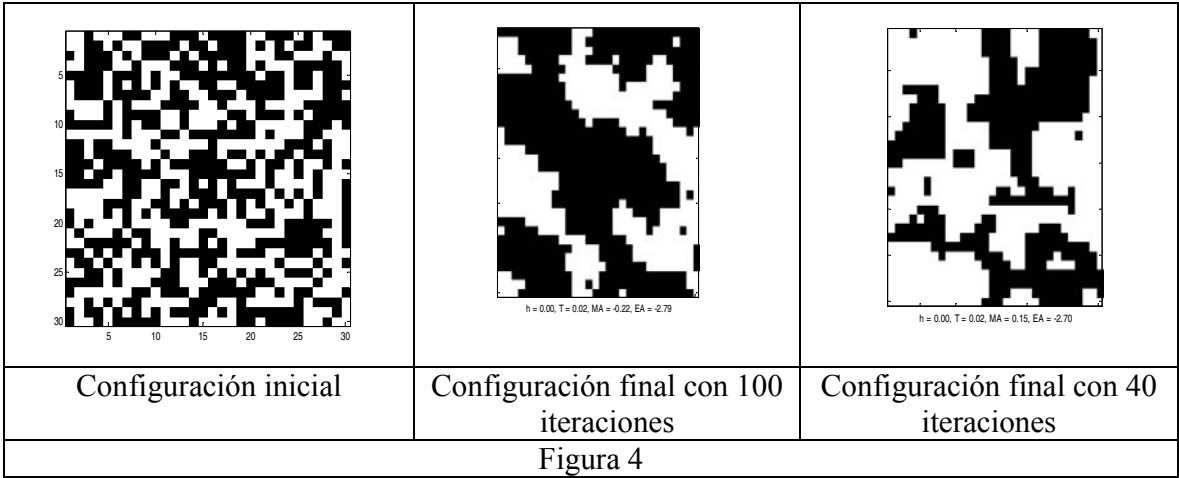


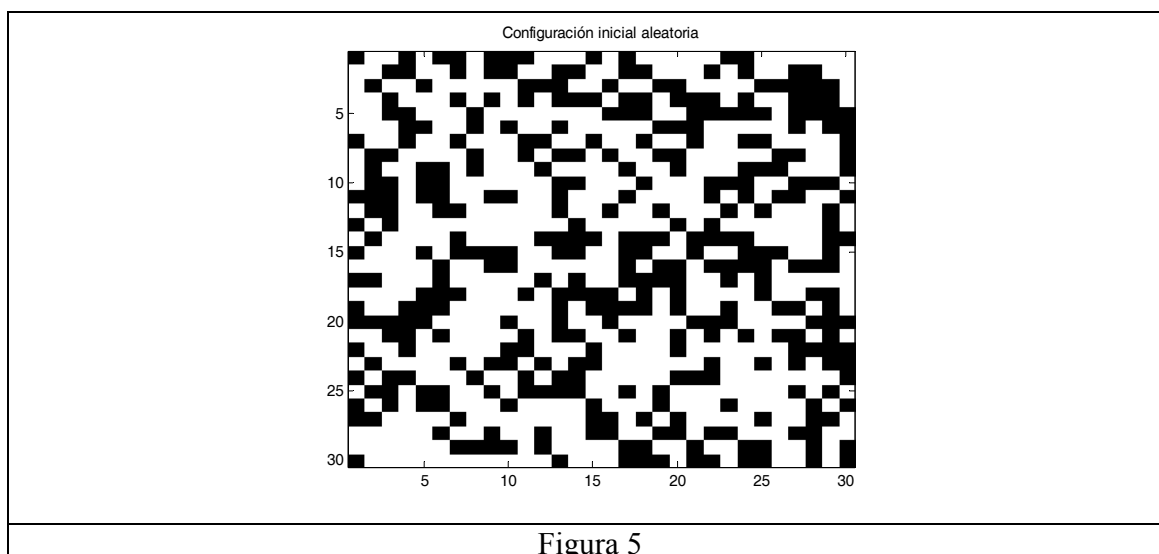
Figura 3



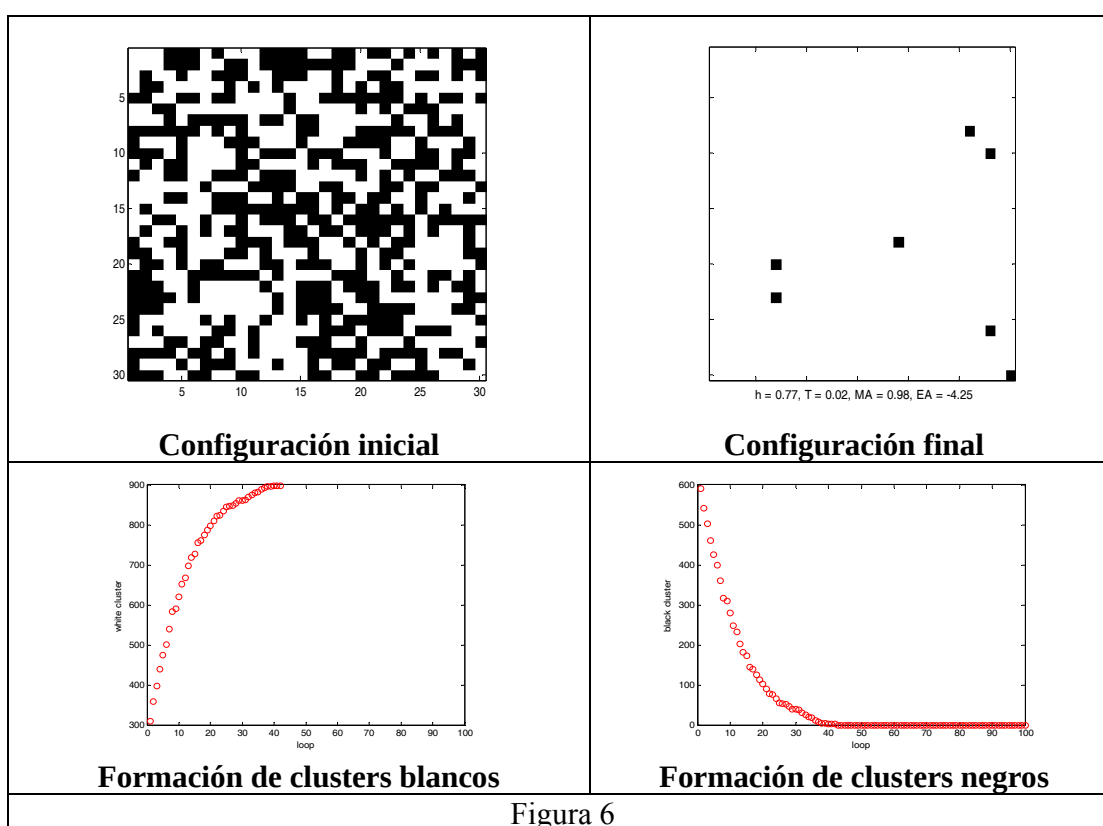
Resultado con interacciones globales ($J > 0$)

Asignemos ahora a cada agente un nivel de nivel de inconformismo entre 0 y 1. El promedio de estos valores dividido por la población total define el coeficiente de interacción global. La configuración final está ahora determinada no sólo por el coeficiente de interacción local, definido arriba, sino, por la interacción global, es decir, por lo que está sucediendo en toda la retícula. Así, un nivel de inconformismo igual a 0 implicará un estado de no participación, mientras que un nivel igual a 1, el agente siempre participará. Aunque la asignación del nivel de inconformismo es aleatoria, la decisión de participar o no, está condicionada por la inclusión de este nuevo parámetro.

Dado su nivel de inconformismo igual a 1, los agentes ubicados en las zonas blancas siempre participan, mientras que los localizados en las zonas negras, con un nivel de inconformismo nulo, no lo hacen. Es necesario enfatizar que esta simulación supone que las vecindades de los agentes están construidas en forma aleatoria: los conformes pueden estar rodeados de inconformes y viceversa. En la realidad, esto no es así: los ciudadanos inconformes tienden a estar agrupados con otros inconformes, mientras que los conformes hacen lo propio.



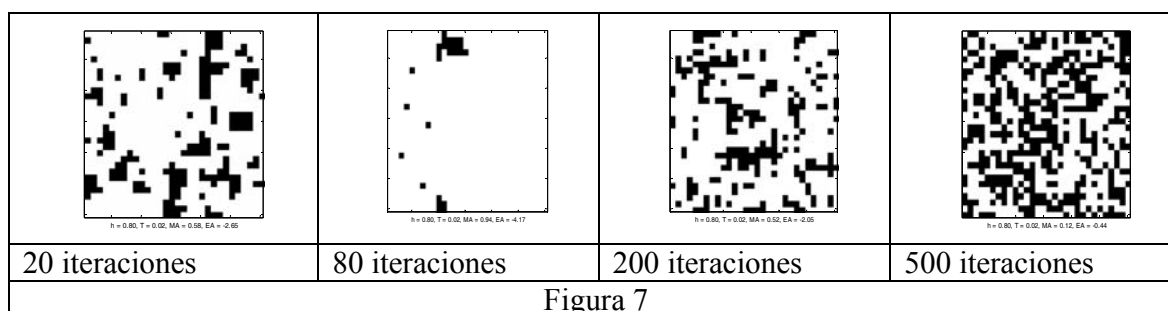
Al adicionar un campo magnético externo, el proceso de magnetización se acelera. Después de 100 iteraciones, los resultados muestran cinco islas de agentes no participantes, en medio de un océano que representa a los que sí participan. El grado de magnetización es ahora cercano a 1.



El modelo fue corrido para 80, 100 y 500 iteraciones, con un campo magnético externo representado por $h = 0.80$ y baja temperatura ($T = 0.02$). Los resultados muestran que el impacto del campo magnético externo permite alcanzar un mayor grado de magnetización en un número de menor de iteraciones a las necesarias cuando el campo magnético externo era nulo. La presencia de este parámetro acelera la consecución de un estado con baja energía. Sin embargo, este resultado es reversible. Cuando el número de iteraciones pasa de cien, la desmagnetización regresa de la mano con un incremento en la energía total.

Veamos algunas implicaciones. Primero, cuando el inconformismo ocurre en un contexto aleatorio, los rápidos resultados obtenidos desaparecen también muy rápido. Revueltas en sociedades con pocos trazos de autonomía, y relaciones aleatorias entre los ciudadanos, tienden a emerger y a desaparecer en forma acelerada. Al parecer los trazos de autonomía dejan de tener efecto, y el desorden regresa en la forma de inactividad revolucionaria. Segundo, en sociedades con mayor autonomía sería más difícil llegar a un estado revolucionario, pero también sería más duradero. El contraste entre el rápido colapso de los regímenes soviéticos en 1989 —que sólo requirió del leve impulso de sus ciudadanos— con las largas, violentas, masivas y complejas trayectorias revolucionarias recorridas en Bolivia, en 2000-2005, y en Irán, en 1977-1980, dan una idea de las diferencias profundas que queremos señalar.

Tercero, la facilidad con la que manifestaciones y protestas “globales” pueden ser coordinadas hoy, contrasta con su corta vida y con la fragilidad de sus efectos. Otra vez, la clave parece estar en el tamaño y alcance de las autonomías asociada a ellas. Hacia el futuro, los resultados de las simulaciones podrían ser útiles para entender cómo emerge el final inevitable de todo proceso revolucionario.



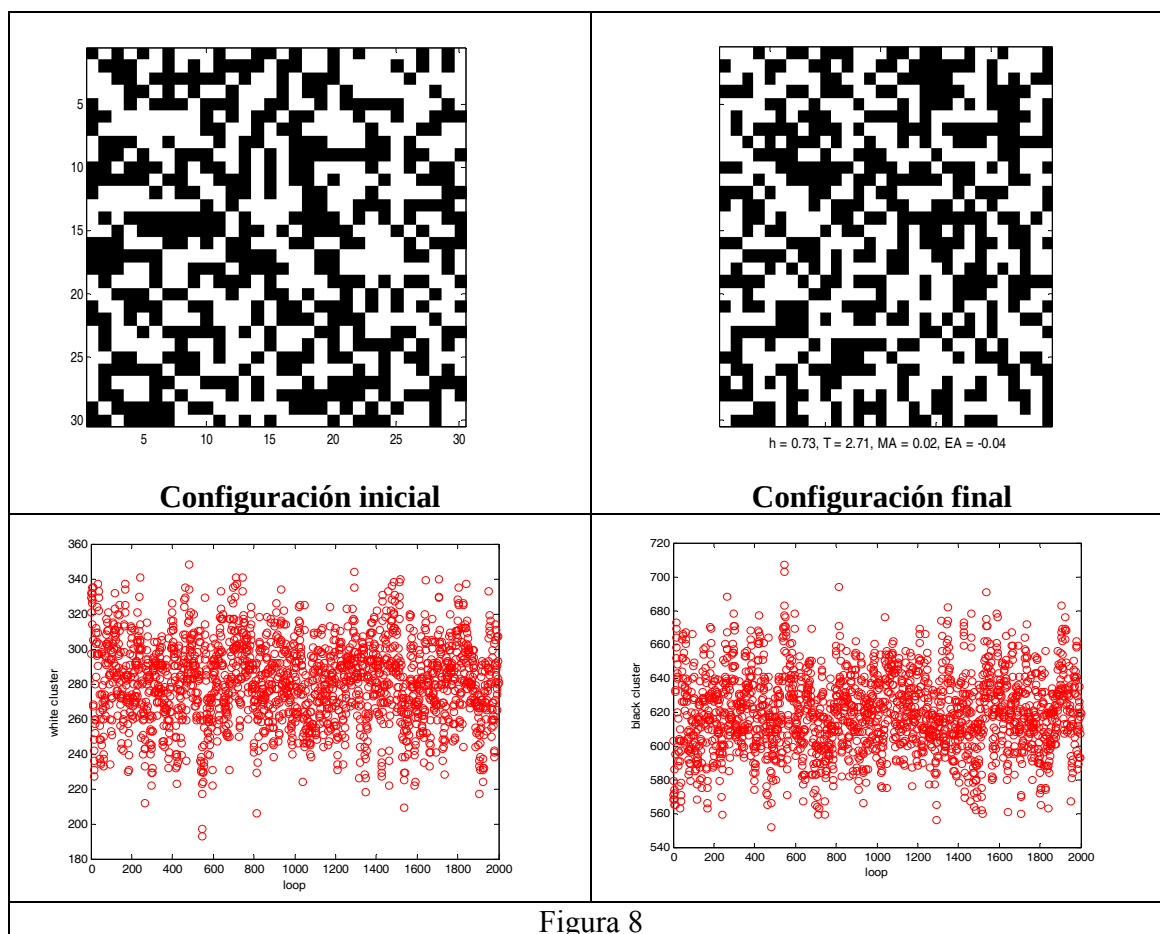


Figura 8

Simulaciones sin inconformismo

Usando la misma retícula de 30x30, consideremos ahora los resultados de las simulaciones para comparar los niveles de magnetización con la energía y la temperatura, y especificar a qué valores ocurren los cambios de estado. Estas cantidades se estiman usando directamente el método Montecarlo, definido más arriba. Parte del código en Matlab fue tomado de los códigos escritos por Fricke (2006) y (Gudmundsson, 2008).

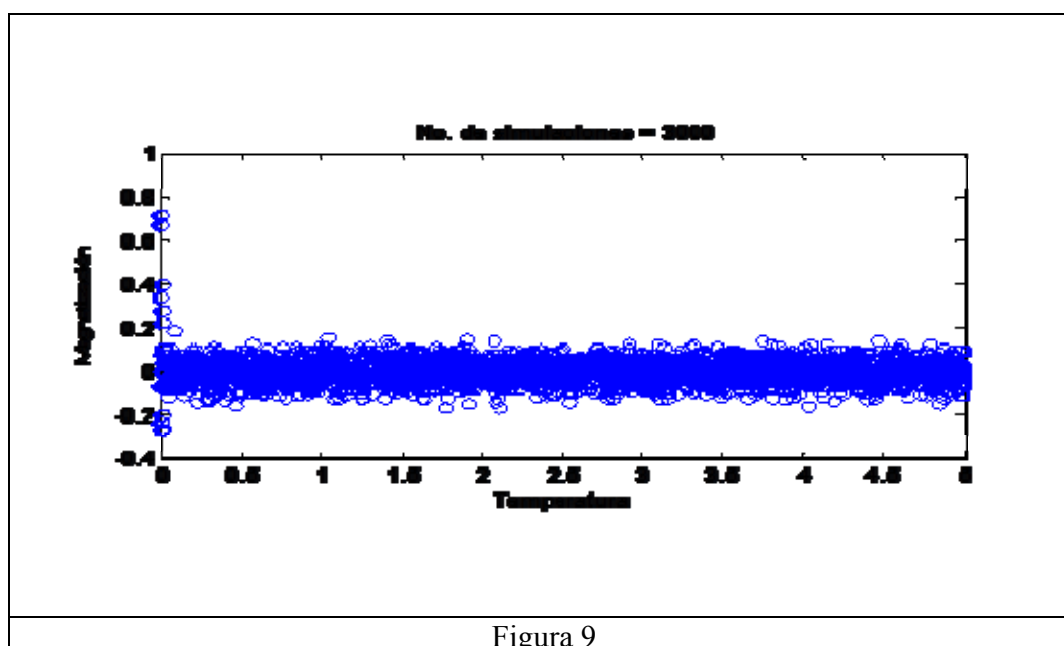


Figura 9

La figura 9 muestra la relación entre temperatura y magnetización. Nótese que a bajas temperaturas el nivel magnetización aumenta, es decir, el individuo tenderá a participar como lo están haciendo sus vecinos. En términos físicos, esto correspondería al ferromagnetismo donde las partículas están alineadas en una misma dirección. Para valores mayores a 0.5, el estado permanente es de desmagnetización. En términos de nuestro modelo de revolución, una temperatura alta implicaría un mayor control del poder y una probabilidad menor de que emerjan componentes grandes de agentes dispuestos a participar en la revolución.

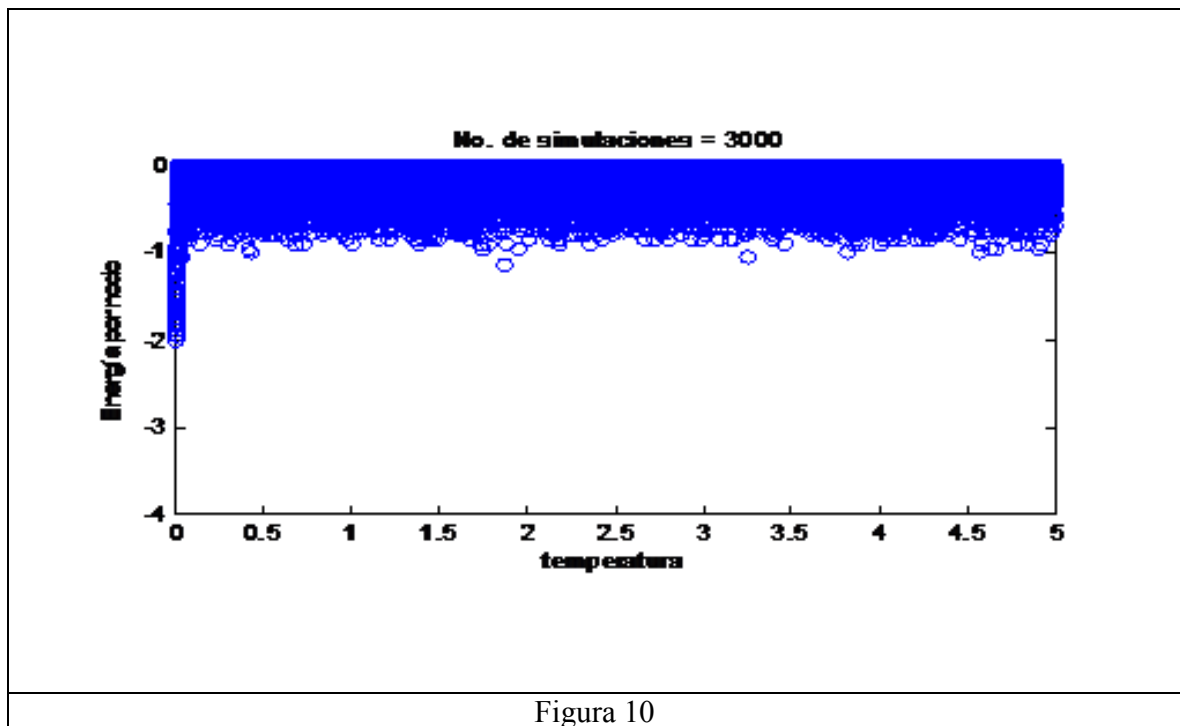


Figura 10

La figura 10 muestra la relación entre energía por nodo y temperatura. Temperaturas cercanas a cero favorecen la alineación de los agentes en una sola dirección, disminuyendo la energía total del sistema. De nuevo, desde un análisis de los procesos revolucionarios, la energía puede ser relacionada con un mayor poder del estado para reprimir o disuadir la disposición de los agentes a participar. A mayor poder (más temperatura) más energía y menor formación de clústers de agentes participando y no participando.

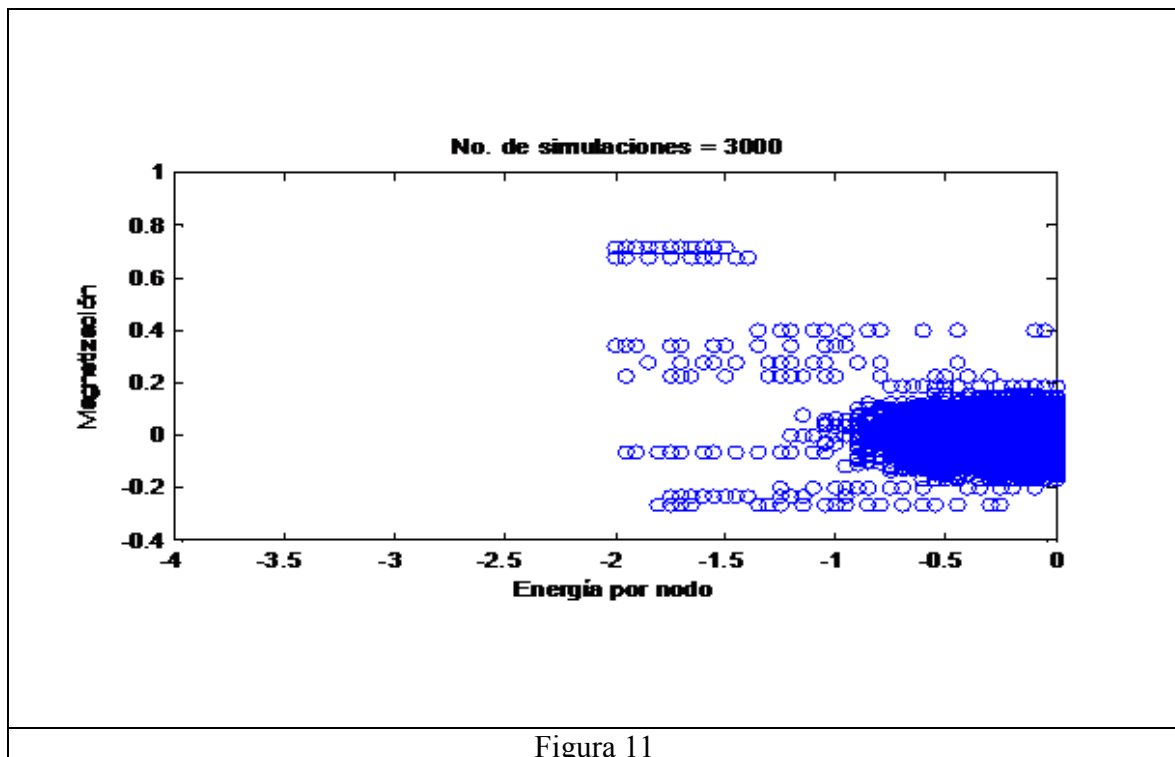


Figura 11

La figura 11 relaciona energía del nodo y magnetización. En esta gráfica se identifican dos regiones, una muy densa con nivel de magnetización cercano a cero que indica que una proporción similar de agentes están participando y otras no están participando. A medida que la energía cae se empieza a configurar una región de mayor magnetización, es decir de agentes que están dispuestos a participar. Este resultado podría ser más evidente si el modelo se corriera para un mayor número de simulaciones, alrededor de 10000, con 1000 iteraciones cada una.

Simulaciones con inconformismo (1000 simulaciones con 500 iteraciones)

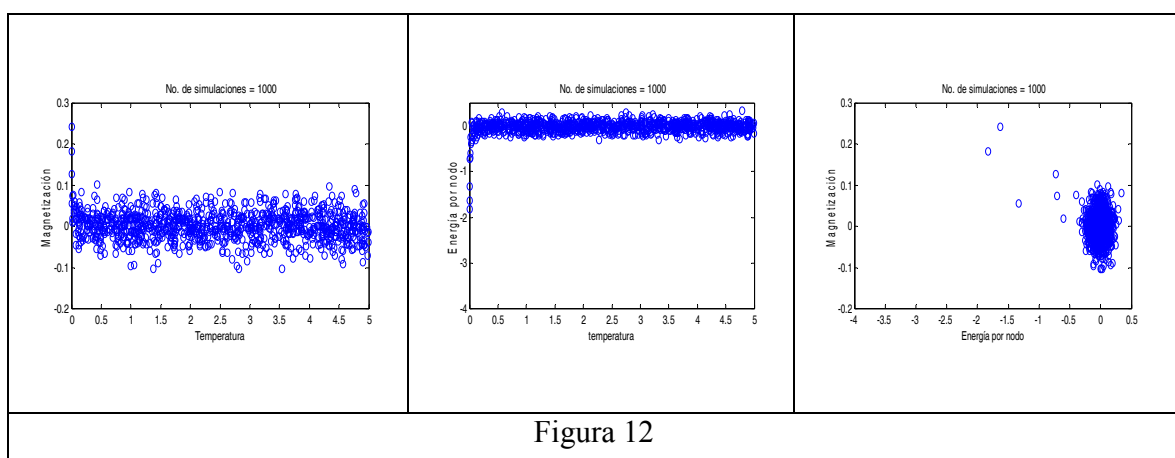


Figura 12

La inclusión del parámetro de inconformismo genera resultados similares a los obtenidos sin inconformismo, con la diferencia de que requiere de un número menor de simulaciones. Podría considerarse que un incremento en el número de simulaciones mostraría más claramente las transiciones de fase, pudiéndose identificar a qué temperaturas ocurren.

Para conseguir estos resultados, el programa consumió una media de 18 horas en un Toshiba *intel core*, con procesador 2.3 GHz. Conseguir mejores resultados implica una mejora en el equipo usado.

Conclusiones

Este artículo sugiere un tratamiento alternativo para la modelación de procesos revolucionarios. Una metodología poco usada en el estudio de la revolución -proveniente de física de las transiciones de fase- es el popular modelo de Ising (1925). En él, cambios cualitativos de gran escala en el estado del sistema son generados por pequeños cambios en un parámetro (la temperatura o la presión). En los procesos revolucionarios, “pequeños” eventos generan grandes transformaciones en el estado de las relaciones de poder a través de la activación de estructuras de sociabilidad que producen acciones colectivas.

Desde una perspectiva metodológica, este trabajo sugiere un tratamiento para interpretar la dinámica de procesos colectivos a partir de las decisiones de agentes influenciados por sus vecinos más cercanos. Lo interesante no son las decisiones individuales de los agentes sino el comportamiento colectivo que resulta de su interacción creciente en un proceso revolucionario. A diferencia de los modelos de decisión racional, en este tipo de abordaje el comportamiento de los agentes es estudiado en el proceso de interacción con otros. Creemos que el proceso de formación de una revolución no depende de la agregación de decisiones individuales, sino de la interacción simultánea de agentes cuyo comportamiento podría interpretarse como el de las partículas que actúan en una u otra dirección en una red magnetizada.

Los resultados del modelo corrido en un ambiente *Matlab*, usando el algoritmo Metrópolis, permiten visualizar algunos resultados que pueden estar ocurriendo o que han ocurrido en revoluciones a través de la historia. Son procesos momentáneos, no estables, que dependen de las configuraciones iniciales, que pueden ser leídas como las condiciones o características de las estructuras sociales en el que ocurren los eventos que las generan.

Por supuesto, este artículo es una propuesta metodológica muy simple que permite explorar las similitudes entre un proceso revolucionario y un sistema físico de ferromagnetismo.

Bibliografía

- Cipra, B. (1987). An introduction to the Ising Model. Recuperado el Agosto de 2010,
- Fricke, T. (2006). *Monte Carlo investigation of the Ising model*. Recuperado el noviembre de 2010, de <http://web1.pas.rochester.edu/~tobin/notebook/2006/12/27/ising-paper.pdf>
- Furet, F. (1981). *Interpreting the French Revolution*. New York: Cambridge University Press.
- Granovetter, M. (1978). Threshold models of collective behavior. *American Journal of Sociology* 83(6) , 1360-1380.
- Gudmundsson, J. E. (2008). *Monte Carlo method and the Ising model*. Recuperado el Diciembre de 2010, de http://www.isv.uu.se/~ingelman/graduate_school/courses/montecarlo/handin/jon_emil_gudmundsson.pdf
- Kuran, T. (1989) “Sparks and prairie fires: A theory of unanticipated political revolution”. *Public Choice*, **61**: 41-74.
- Charles Kurzman. 1994. A Dynamic View of Resources: Evidence from the Iranian Revolution, *Research in Social Movements, Conflicts and Change* 17: 53-84.
- Lohmann, Susanne. 1994. “The Dynamics of Informational Cascades: The Monday Demonstrations in Leipzig, East Germany, 1989-91”. *World Politics* **47**: 42-101.
- Schelling, T. (1978) *Micromotivos y macroconducta*. México, DF: Fondo de Cultura Económica.
- Watts, D.J. (2002). A simple model of global cascades on random networks. *PNAS*, 99: 5766-5771.

Anexo 1: Código Matlab

Montecarlo.m

```
% Configuración inicial: genera una configuración inicial.
n_grid = 20; % tamaño de la grilla
% creamos matrices donde se van a almacenar los datos
maxit=10;
counter=0;
Ms = [];
Ms1 = [];
Ts = [];
Ts1 = [];
Ns = [];
Es = [];
Cn = [];
Cn1 = [];

% Monte Carlo Loop
while counter < maxit,
    % elegimos una temperatura que es aleatoria para cada simulación
    T = rand()*5+1e-10;
    % Perfirm a simulation
    [M, N, E, C1, C_1, A] = ising(n_grid, T); % temperatura y tamaño de la grilla, generan
    la magnetización,
    % energía, y el número de partículas. La magnetización toma valores de 1
    % y -1.

    % Record the results
    A = [A A/1];
    Ms = [Ms (M/(n_grid^2))];
    Ms1 = [Ms1 repmat(M/(n_grid^2),1,(n_grid))];
    Es = [Es (E/(n_grid^2))];
    Ns = [Ns N];
    Ts = [Ts T];
    Ts1 = [Ts1 repmat(T,1,n_grid)];
    Cn = [Cn C1];
    Cn1 = [Cn1 C_1];
    counter=counter+1;

end

figure (5);
% Magnetization per site, versus temperature
plot(Ts, Ms, 'bo');
```

```
Title(sprintf(' No. de simulaciones = %0.f', maxit));
ylabel ('Magnetización');
pbaspect([2 1 1]);
xlabel('Temperatura');
print (gcf, '-depsec2', 'ising-magnetization');
```

```
figure (6);
% Energy per site, versus temperature
plot(Ts1, Es, 'bo');
Title(sprintf(' No. de simulaciones = %0.f', maxit));
ylabel ('Energía por nodo');
xlabel ('temperatura');
ylim([-4 0]);
```

```
pbaspect([2 1 1]);
print (gcf, '-depsec2', 'ising-energy');
```

```
figure (7);
% Magnetization per site, versus Energy per site
plot(Es, Ms1, 'bo');
Title(sprintf(' No. de simulaciones = %0.f', maxit));
ylabel ('Magnetización');
xlabel ('Energía por nodo') ;
pbaspect([2 1 1]);
print (gcf, '-depsec2', 'ising-mvse');
```

Initagents.m

```
function a_str = initagents(N, grid, inconform);
for i = 1:N;
    if (rand < 0.2)
        a_str(i).inconform = 0;
    else
        a_str(i).inconform = 1;
    end
end
```

Ising.m

```
%Esta simulación es corrida para un número fijo de interacciones.
function [M, num, A, E, C1, C_1 ] = ising(N,T)

J = 1; %Fortaleza de la interacción
```

```

k = 1; % constante de Boltzmann

iterat = 100;
inconform = 4; %nivel de inconformismo
grid= (rand(N) > 0.5)*2-1; %genera las partículas en toda la grilla

figure(1); imagesc(grid);
Title('configuración inicial');
set(gca, 'YTickLabel',[], 'XTickLabel',[]);
axis square; colormap bone; drawnow;

%agentes en la grilla
a_str = initagents(N, grid, inconform);

suminconf = 0;

%Encuentra el inconformismo promedio de las partículas
for i=1:N,
    suminconf = suminconf + a_str(i).inconform;
end

%Campo magnético externo
h = 0;

%Loops
for k=1:iterat,
    vecinos = circshift(grid, [0 1]) + ...
        circshift(grid, [0 -1]) + ...
        circshift(grid, [1 0]) + ...
        circshift(grid, [-1 0]);

    %Calcula el cambio en energía de cambiar un spin
    DeltaE = 2 * J * (grid .* vecinos) + h * grid;

    %Calcular el número de cluster
    clu1 = length(find(vecinos > 1));
    clu_1 = length(find(vecinos < 1));

    % Calcula las probabilidades de transición
    p_trans = exp(-DeltaE/(k * T));

    %Decide cuáles transiciones ocurren
    transitions = (rand(N) < p_trans).*(rand(N) < 0.1) * -2 + 1;

```

```
%lleva a cabo las transiciones
```

```
grid = grid .*transitions;
```

```
%suma las variables de interés
```

```
A = grid;
```

```
M = sum(sum(grid)); %Suma columnas sobre la grid
```

```
E = -sum(sum(-DeltaE))/2; %
```

```
C1(k) = clu1;
```

```
C_1(k) = clu_1;
```

```
end
```

```
i=(1:N)';
```

```
j=i;
```

```
[I,J]=meshgrid(i,j);
```

```
%
```

```
iS=circshift(i,-1);
```

```
iN=circshift(i,1);
```

```
jW=circshift(j,1);
```

```
jE=circshift(j,-1);
```

```
%
```

```
[iS,jS]=meshgrid(iS,j);
```

```
iS=reshape(iS',N^2,1);
```

```
jS=reshape(jS',N^2,1);
```

```
pS=iS+(jS-1)*N;
```

```
%
```

```
[iN,jN]=meshgrid(iN,j);
```

```
iN=reshape(iN',N^2,1);
```

```
jN=reshape(jN',N^2,1);
```

```
pN=iN+(jN-1)*N;
```

```
%
```

```
[iW,jW]=meshgrid(i,jW);
```

```
iW=reshape(iW',N^2,1);
```

```
jW=reshape(jW',N^2,1);
```

```
pW=iW+(jW-1)*N;
```

```
%
```

```
[iE,jE]=meshgrid(i,jE);
```

```
iE=reshape(iE',N^2,1);
```

```
jE=reshape(jE',N^2,1);
```

```
pE=iE+(jE-1)*N;
```

```
%
```

```
Tab=[pS pN pW pE];
```

```
% Find positive entries
pos=find(A==1);
% npos=length(pos);
nc=0;
c=[];
while ~isempty(pos),
    % Tries to detect a possible cluster
    posc=find(pos==Tab(pos(1),1) | pos==Tab(pos(1),2) | pos==Tab(pos(1),3)
|pos==Tab(pos(1),4));
    if any(posc), % first entry in current pos vector is not isolated node
        nc=nc+1;
        c{nc}=pos([1; posc]);
        pos([1; posc])=[];
        subpos=2;
        flg=0;
        while flg==0 & subpos <= length(c{nc}), % will empty the subtree
            posub=find(pos==Tab(c{nc}(subpos),1) | pos==Tab(c{nc}(subpos),2) |...
            pos==Tab(c{nc}(subpos),3) |pos==Tab(c{nc}(subpos),4));
            if isempty(posub) & subpos > length(c{nc})
                flg=1;
            else
                c{nc}=[c{nc}; pos(posub)];
                pos(posub)=[];
                subpos=subpos+1;
            end
        end
    else % Isolated node
        pos(1)=[];
    end
end

for k=1:nc
    JJ{k}=ceil(c{k}/N);
    II{k}=c{k}-(JJ{k}-1)*N;
    fprintf('position (i,j) of cluster %i\n\n',k)
    fprintf('%i %i\n',[II{k};JJ{k}]);
end
% Muestra el estado actual del sistema

figure(2); image((grid+1)*128);
Title('configuración final');
xlabel(sprintf(' h = %0.1f, T = %0.2f, M = %0.2f, E = %0.2f, No. iteración = %0.f, h, T,
M/N^2, E/N^2, iterat));
set(gca, 'YTickLabel',[], 'XTickLabel',[]);
axis square; colormap bone; drawnow;
```

```
% Cuenta el número de clusters of estados spin up  
[L, num]= bwlabel(grid == 1, 4);
```

```
figure (3)  
plot((1:iterat), C1, 'bo');  
ylabel('cluster blancos');  
xlabel('iteración');
```

```
figure (4)  
plot((1:iterat), C_1, 'bo');  
ylabel(' clusters negros');  
xlabel('Iteración');
```